

**ALESSANDRA SVONKA PALMEIRO**

**ANÁLISE DO VÍNCULO DO DATUM VERTICAL BRASILEIRO A UM  
SISTEMA GLOBAL DE ALTITUDES COM BASE EM SOLUÇÕES  
FIXADAS E LIVRES DO PVCG**

Tese apresentada como requisito parcial à  
obtenção do grau de Doutora em Ciências  
Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor  
de Ciências da Terra, Universidade Federal do  
Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio Rogério C. de Freitas

**CURITIBA**

**2011**

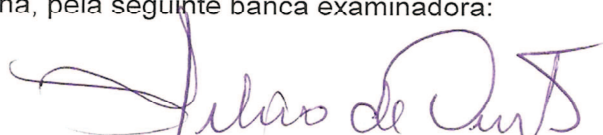
## TERMO DE APROVAÇÃO

ALESSANDRA SVONKA PALMEIRO

“ANÁLISE DO VÍNCULO DO DATUM VERTICAL BRASILEIRO  
A UM SISTEMA GLOBAL DE ALTITUDES COM BASE  
EM SOLUÇÕES FIXADAS E LIVRES DO PVCG”

Tese nº 77 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

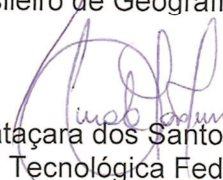
Orientador:



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas  
Departamento de Geomática, UFPR




Dr. Roberto Teixeira Luz  
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE



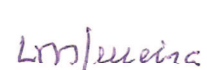
Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR-PG



Profª. Drª. Regiane Dalazoana  
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. Quintino Dalmolin  
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira  
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 16 de dezembro de 2011.

## DEDICATÓRIA

*Este trabalho é dedicado à minha família, especialmente aos meus pais Regina e Haylton, ao meu irmão Felipe e ao meu namorado Ricardo pelo apoio, carinho e incentivo durante toda esta jornada e por estarem sempre presentes.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, minha força maior.

À minha família, pelo carinho, apoio e incentivo em todas as horas.

Ao meu namorado Ricardo Vilar Neves por toda força, pela amizade, pelo carinho, por todo incentivo e companhia mesmo com a distância.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas, pela dedicação, colaboração e orientação para o desenvolvimento desta pesquisa, além da amizade e conhecimento que compartilhou comigo durante todos estes anos.

À Universidade Federal do Paraná, que através do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, colocou à disposição seus laboratórios e instalações.

À Professora Dra. Claudia Tocho pela contribuição e carinho no período que estava na Argentina.

Em especial à Professora Dra. Regiane Dalazoana pelas sugestões e sua contribuição de fundamental importância para esta pesquisa, além de sua amizade todos estes anos.

Aos amigos Karoline Paes Jamur, Roger Ademir Drunn Pereira e Henry Montecino Castro pela ajuda nas dúvidas, programas e discussões de grande valia a minha pesquisa.

Aos docentes do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Ao CNPq pelo fomento fornecido durante um período em que cursei o doutorado.



A minha amiga e secretária do CPGCG – Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Verali Monica Kleuser, por toda ajuda, apoio e informações cedidas.

E em especial aos meus amigos (as): Vivian Fernandes de Oliveira; Maria de Lourdes de Aquino Macedo Gonçalves; Fabiani Abati Miranda; Franciely Abati Miranda; Vaneza Andrea Lima de Freitas, Luiz Octávio Olini, Daniel Goldani; Roberto Teixeira Luz e todos os demais alunos do mestrado e doutorado pela amizade, companheirismo e incentivo.

## RESUMO

As diversas redes verticais fundamentais no mundo não formam um Sistema Global de Altitudes (SGA), pois cada uma, em geral, recorre a uma determinada superfície equipotencial do campo da gravidade definida por um valor particular do geopotencial – denominada geóide local. Usualmente, cada geóide local é obtido pelo nível médio do mar local (NMM) durante um determinado período. A materialização de cada geóide em áreas continentais é em geral realizada determinando o chamado geóide gravimétrico com base em anomalias da gravidade. Este é um procedimento vicioso porque anomalias da gravidade são referidas a diferentes *Data Verticais* (DVs) em diferentes épocas. Outro problema é o fato de só considerar dados de gravidade de um dos subespaços – oceano ou continente, o que influencia no valor geopotencial dos diversos DVs e consequentemente no cálculo da discrepância relacionada ao valor de referência do geopotencial global. O presente trabalho está centrado nas estratégias de integração/fusão de dados de múltiplas fontes, em ambos subespaços referidos, visando a determinação da TNMM no *Datum Vertical Brasileiro* (DVB) e a determinação de geóide/quase-geóide na área de estudos, com base em diferentes estratégias para solução do PVCG. Os dados utilizados para a parte oceânica estão contidos em uma área de no mínimo 5° x 5° com centro no DVB. São provenientes de: gravimetria marinha cedidas pelo BGI (*Bureau Gravimetrique Internationale*); o modelo DNSC08-GRA (anomalias da gravidade *free-air*) devidamente complementado pelos modelos DNSC08-MSS (*Mean Sea Surface*), DNSC08-BAT (*Altimetric derived Bathymetry*) e DNSC08-MDT (*Mean ocean Dynamic Topography model*), todos do *Danish National Space Center*; o MGG EGM2008 (*Earth Gravitational Model 2008* - PAVLIS *et al.*, 2008) como validação para o modelo do DNSC08-GRA e de dados continentais; e o MDT CMDT\_RIO5 (RIO; HERNANDEZ, 2004) para as reduções da gravimetria marinha convencional ao geóide/quase-geóide. Para a parte continental foram utilizados cerca de 900 dados de distúrbio da gravidade oriundos de campanhas realizadas pelo Laboratório de Referenciais e Altimetria por Satélites (LARAS) da UFPR junto ao DVB, com diversas técnicas de posicionamento GPS associadas com gravimetria, o Modelo Global do Geopotencial (MGG) EGM2008, o SRTM30plus (2009), e o Modelo Digital de Elevação (MDE) DTM2006.0 (2006). Também são avaliados para a região de estudos os dados de ondulação geoidal oriundos do programa MAPGEO2010 (IBGE, 2010) e vínculos históricos do DVB.

Palavras-chave: *Datum Vertical*, Fusão/integração de Dados, Sistema Global de Altitudes

## ABSTRACT

The several fundamental vertical networks in the world do not form a Global Height System (GHS) because of them is referred to a particular equipotential surface of the Earth's gravity field defined by a particular value of geopotential – the so called “local geoid”. Usually, each local geoid is obtained by local mean sea level (MSL) for a certain period. The materialization of the local geoid in continental areas is, in general, done by determining the so called “gravimetric geoid” by using gravity anomalies. This is a vicious procedure because gravity anomalies are referred to different vertical datums (VDs) in different epochs. Another problem is the fact of considering gravity data from one of the sub-spaces only - ocean or continent. This influences the geopotential value in different DVs, and its shift related to the global geopotential reference value. The present work focuses on strategies for integration / data fusion from multiple sources, in both of these subspaces, in order to determine the TNMM the Brazilian Vertical Datum (BVD) and the geoid / quasi-geoid in the study area, based on different strategies for solving the PVCG. The data used for the ocean is contained in an area of at least  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$  centered on BVD. They coming from: marine gravimetry provided by BGI (Bureau Internationale Gravimetrique); model DNSC08-GRA (gravity anomalies free-air) duly complemented by models DNSC08-MSS (Mean Sea Surface), DNSC08-BAT (Altimetric derived Bathymetry) and DNSC08-MDT (Mean ocean Dynamic Topography model), all of the Danish National Space Center; the MGG EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008 - Pavlis et al., 2008) as validation for the model DNSC08-GRA and continental data; and the MDT CMDT\_RIO5 (RIO; HERNANDEZ, 2004) for reductions in conventional marine gravimetry of the geoid/quasi-geoid. For the continent were used gravity disturbance in about 900 points distributed in the continental region obtained with some different GPS positioning techniques associated with gravimetry. The Global Geopotential Model (MGG) EGM2008 the SRTM30plus (2009), and Digital Elevation Model (DEM) DTM2006.0 (2006) were also used for improving local data base. The geoid undulation data from the program MAPGEO2010 (IBGE, 2010) are also evaluated for the region of study as well as historical BVD references.

Keywords: Vertical Datum, Fusion/Integration of Data, Height Global System.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01 - QUANTIDADES GEOMÉTRICAS E FÍSICAS SEGUNDO A TEORIA DE MOLODENSII.....	9
FIGURA 02 - RASTREIO SATÉLITE-SATÉLITE EM MODO ALTO-BAIXO.....	20
FIGURA 03 - RASTREIO SATÉLITE-SATÉLITE EM MODO BAIXO-BAIXO.....	21
FIGURA 04 - GRADIOMETRIA GRAVIMÉTRICA POR SATÉLITE.....	22
FIGURA 05 - PRINCÍPIO DA ALTIMETRIA POR SATÉLITE.....	23
FIGURA 06 - FOOTPRINT E SINAL DE RETORNO.....	24
FIGURA 07 - RELAÇÃO MOSTRANDO COMO A TNMM PODE SER DETERMINADA VIA ALTIMETRIA POR SATÉLITES E REGISTROS MAREGRÁFICOS.....	34
FIGURA 08 - SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA.....	42
FIGURA 09 - APLICAÇÕES DO SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA.....	43
FIGURA 10 - SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDO.....	44
FIGURA 11 - SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA.....	45
FIGURA 12 - SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDOS.....	45
FIGURA 13 - APLICAÇÃO DO SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDOS.....	46
FIGURA 14 - MODELO DE MÚLTIPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA.....	47
FIGURA 15 - DIFERENTES RESOLUÇÕES DO MODELO GEOIDAL.....	58
FIGURA 16 - CLASSIFICAÇÃO DAS RESOLUÇÕES ESPECTRAIS.....	59
FIGURA 17 - IMAGEM DA ÁREA TESTE.....	67
FIGURA 18 - ÁREA TESTE.....	68
FIGURA 19 - DADOS DE GRAVIMETRIA MARINHA - PÁGINA OFICIAL DO BGI.....	70
FIGURA 20 - DADOS DE GRAVIMETRIA MARINHA POR LEVANTAMENTO (ÉPOCAS DISTINTAS).....	70
FIGURA 21 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 01.....	73
FIGURA 22 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 02.....	74
FIGURA 23 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 03.....	75
FIGURA 24 - RESULTADO DA TRANSFORMAÇÃO ENTRE SGRs.....	77
FIGURA 25 - TOPOGRAFIA DO MAR ( <i>SEA SURFACE HEIGHTS</i> ).....	78
FIGURA 26 - MODELO GLOBAL CMDT_RIO5 AVALIADO ENTRE 1993-1995, 1996-1998 E CONFIRMADO PARA 2001-2003.....	79
FIGURA 27 - ARQUIVO COM OS DADOS DO MODELO GLOBAL DNSC08.....	83
FIGURA 28 - MODELO PRELIMINAR DE ANOMALIAS <i>FREE-AIR</i> DA GRAVIDADE EXTRAÍDO DO MODELO GLOBAL DNSC08 PARA A ÁREA DE ESTUDOS.....	83
FIGURA 29 - DIFERENÇA ENTRE AS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08.....	85
FIGURA 30 - FUSÃO SIMPLES DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08 (KRIGING).....	88
FIGURA 31 - FUSÃO PONDERADA DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08	89

FIGURA 32 -	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA AJUSTADA DOS DADOS DO BGI X DNSC08.....	91
FIGURA 33 -	FUSÃO POR CMQ DOS DADOS DO BGI E DNSC08.....	91
FIGURA 34 -	DADOS DO MGG EGM2008 PARA A ÁREA DE ESTUDOS (ANOMALIAS FREE-AIR).....	92
FIGURA 35 -	DIFERENÇA ENTRE OS DADOS DE ANOMALIA FREE-AIR DA GRAVIDADE DO DNSC08 E EGM2008.....	94
FIGURA 36 -	DIFERENÇA ENTRE OS DADOS DO BGI E EGM2008.....	94
FIGURA 37 -	DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DO LARAS E POLI-USP.....	96
FIGURA 38 -	CONJUNTO FINAL DE DADOS CONTINENTAIS (KRIGING).....	98
FIGURA 39 -	DTM2006.0 FILTRADO – PARTE CONTINENTAL.....	100
FIGURA 40 -	DTM2006.0 – PARTE CONTINENTAL E OCEÂNICA.....	101
FIGURA 41 -	CORREÇÃO DO TERRENO PARA A ÁREA DE ESTUDO.....	101
FIGURA 42 -	MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE RESIDUAIS DO EFEITO RTM RESULTANTE.....	106
FIGURA 43 -	MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008.....	107
FIGURA 44 -	MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008 E RTM.....	108
FIGURA 45 -	EFEITO RTM VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS.....	109
FIGURA 46 -	FLUXOGRAMA EFEITO RTM VIA FFT E PRISMAS.....	111
FIGURA 47 -	EFEITO RTM VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS COM INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA.....	112
FIGURA 48 -	FUSÃO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE LARAS + DNSC08 + BGI.....	114
FIGURA 49 -	FUSÃO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE LARAS + DNSC08 + BGI + EGM2008.....	114
FIGURA 50 -	MODELO RESIDUAL DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE.....	115
FIGURA 51 -	GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CONTINENTAIS VIA CMQ.....	117
FIGURA 52 -	GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS VIA CMQ.....	118
FIGURA 53 -	RESULTADO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE VIA CMQ.....	118
FIGURA 54 -	CORREÇÃO DO TERRENO DOS DADOS TERRESTRES – INTERPOLADOR KRIGING.....	120
FIGURA 55 -	EFEITO INDIRETO DOS DADOS TERRESTRES – INTERPOLADOR KRIGING.....	121
FIGURA 56 -	ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS RESIDUAIS.....	122
FIGURA 57 -	ONDULAÇÕES GEOIDIAS RESIDUAIS.....	123
FIGURA 58 -	ONDULAÇÕES GEOIDIAS FINAIS.....	124
FIGURA 59 -	GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE CONTINENTAIS VIA CMQ.....	126
FIGURA 60 -	GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS VIA CMQ.....	126
FIGURA 61 -	FUSÃO VIA CMQ DOS DADOS OCEÂNICOS E CONTINENTAIS.....	127
FIGURA 62 -	NÍVEIS DE REFERÊNCIA.....	128

## LISTA DE TABELAS

TABELA 01 - ANÁLISE DOS DADOS NO SGR67.....	71
TABELA 02 - ANÁLISE DOS DADOS NO SGR67 SEM ERRO GROSSEIRO.....	72
TABELA 03 - ANALISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01.....	73
TABELA 04 - ANALISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02.....	74
TABELA 05 - ANALISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03.....	75
TABELA 06 - CONSTANTES GEODÉSICAS.....	76
TABELA 07 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS NO SGR80.....	77
TABELA 08 - TABELA COMPARATIVA NOS SGR67 E SGR80.....	78
TABELA 09 - VALORES EXTREMOS E MÉDIO DO MODELO GLOBAL CMDT_RIO5.....	80
TABELA 10 - VALORES EXTREMOS E MÉDIO DO CMDT_RIO5 PARA ÁREA DE ESTUDO.....	80
TABELA 11 - AMOSTRA DOS RESULTADOS OBTIDOS DA INTERPOLAÇÃO (BGI).....	81
TABELA 12 - ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS E MÉDIO APÓS A REDUÇÃO AO GEÓIDE.....	81
TABELA 13 - COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DAS ANOMALIAS FREE-AIR.....	81
TABELA 14 - AMOSTRA DOS RESULTADOS OBTIDOS DA INTERPOLAÇÃO (DNSC08).....	84
TABELA 15 - RESULTADOS OBTIDOS NA COMPARAÇÃO DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08.....	85
TABELA 16 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01 NO SGR80.....	86
TABELA 17 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02 NO SGR80.....	87
TABELA 18 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03 NO SGR80.....	87
TABELA 19 - ÍNDICE DE REJEIÇÃO DOS DADOS BGI.....	87
TABELA 20 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01 FILTRADO.....	87
TABELA 21 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02 FILTRADO.....	88
TABELA 22 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03 FILTRADO.....	88
TABELA 23 - FUSÃO DOS DADOS DO BGI E DNSC08 POR CMQ – ANOMALIA DA GRAVIDADE.....	92
TABELA 24 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS CONTINENTAIS – FREE AIR.....	97
TABELA 25 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS CONTINENTAIS – BOUGUER.....	97
TABELA 26 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO EFEITO RTM SEM GRAVIMETRIA.....	106
TABELA 27 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS DE ANOMALIA DE ALTITUDE DO EGM2008.....	107
TABELA 28 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO MODELO RESULTANTE DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO MGG EGM2008 E O EFEITO RTM.....	108
TABELA 29 - RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA FFT....	109
TABELA 30 - RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS.....	110

TABELA 31 -	RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS COM INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA.....	112
TABELA 32 -	ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS DO MODELO RESIDUAL DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE.....	115
TABELA 33 -	RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.....	117
TABELA 34 -	RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA CMQ..	119
TABELA 35 -	ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS – CORREÇÃO DO TERRENO.....	121
TABELA 36 -	ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS – EFEITO INDIRETO.....	121
TABELA 37 -	ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS RESIDUAIS..	123
TABELA 38 -	ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ALTURAS GEOIDAIRES RESIDUAIS.....	124
TABELA 39 -	ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ALTURAS GEOIDAIRES FINAIS.....	125
TABELA 40 -	COMPARAÇÕES DAS ALTURAS GEOIDAIRES FINAIS.....	125
TABELA 41 -	COMPARAÇÕES DAS ALTURAS GEOIDAIRES FINAIS – CMQ.....	127
TABELA 42 -	NÍVEIS DE REFERÊNCIA – SOLUÇÕES ABORDADAS.....	132
TABELA 43 -	NÍVEIS DE REFERÊNCIA – OUTRAS SOLUÇÕES.....	132

## LISTA DE GRÁFICO

GRÁFICO 01 – DETECÇÃO DE ERRO GROSSEIRO NOS DADOS DO BGI.....	72
---	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AGBVP	Altimetry-Gravimetry Boundary Value Problems
ASM	Alturas da Superfície do Mar
BGI	International Gravimetric Bureau
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
CMQ	Colocação por Mínimos Quadrados
CNES	Centro Nacional de Estudos Espaciais
CT	Correção do Terreno
DNSC	Danish National Space Center
DTM	Digital Terrain Model
DV	Datum Vertical
DVs	Data Verticais
DVB	Datum Vertical Brasileiro
EGM96	Earth Gravitational Model 1996
EGM2008	Earth Gravitational Model 2008
FFT	Fast Fourier Transform
GBVP	Geodetic Boundary Value Problem
GFZ	GeoForschungsZentrum
GHS	Global Height System
GNSS	Global Navigation Satellite System
GOCE	Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Explorer
GPOLG	Grupo de Pesquisa Otimização de Levantamentos Geodésicos
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
IAG	International Association of Geodesy
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	International Center for Global Earth Models
IGeS	International School for the Determination and Use of the Geoid
IGSN-71	The International Gravity Standardization Net
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
LARAS	Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélite
LEO	Low Earth Orbit
LLR	Lunar Laser Ranging



MDE	Modelo Digital de Elevação
MDT	Mean ocean Dynamic Topography
MG	Modelo Geopotencial
MGG	Modelo do Geopotencial Global
MIMOST	Multiple Input/ Multiple Output
MSL	Mean Sea Level
MSS	Mean Sea Surface
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NM	Nível do Mar
NMM	Nível Médio do Mar
PAG	Problema de Contorno da Altimetria-Gravimetria
Poli-USP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
PSD	Power Spectral Density
PVCG	Problema do Valor de Contorno da Geodésia
RAFB	Rede Altimétrica Fundamental do Brasil
RENEGA	Rede Nacional de Estações Gravimétricas Absolutas
RMS	Root Mean Square
RN	Referência de Nível
RNA	Rede Neural Artificial
RR	Remove-Restore
RTM	Residual Terrain Modelling
RVF	Rede Vertical Fundamental
RVSIRGAS	Rede Vertical SIRGAS
SF	Superfície Física
SGA	Sistema Global de Altitudes
SGR	Sistema Geodésico de Referência
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	Satellite Laser Ranging
SMEMS	Sistemas de Múltipla-Entrada Múltipla-Saída
SRTM	Shuttle Radar Topography Mission
SSHs	Sea Surface Heights
SWOT	Surface Water and Ocean Topography
TNMM	Topografia do Nível Médio do Mar
UFPR	Universidade Federal do Paraná

## SUMÁRIO

<b>1 APRESENTAÇÃO</b>	1
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.2 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS	4
1.2.1 Objetivo Geral	4
1.2.2 Objetivos Específicos	5
1.3 JUSTIFICATIVA	5
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA</b>	7
2.1 FUNDAMENTOS DA TEORIA DE MOLODENSKII E A RELAÇÃO GEÓIDE/QUASE-GEÓIDE	7
2.2 MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE	17
2.2.1 Técnicas Convencionais por Satélites	18
2.2.2 Rastreo Satélite-Satélite	19
2.2.3 Gradiometria Gravimétrica por Satélite	21
2.2.4 Altimetria por Satélites	22
2.2.5 Gravimetria	26
2.3 O PROBLEMA DE CONTORNO DA ALTIMETRIA – GRAVIMETRIA	28
2.4 O DVB E AS POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA O TRATAMENTO DO PVCG	33
<b>3 METODOLOGIAS PARA INTEGRAÇÃO/FUSÃO DE DADOS</b>	41
3.1 SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA ( <i>SINGLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM</i> )	42
3.2 SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA ( <i>DOUBLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM</i> )	45
3.3 SISTEMA DE MÚLTIPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA ( <i>MULTIPLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM</i> )	47
3.4 INTRODUÇÃO À COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS	49
3.4.1 Predição por Mínimos Quadrados	50
3.5 PRÍNCÍPIOS DA TÉCNICA <i>REMOVE-RESTORE</i> (RR)	56
3.6 APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER ( <i>FAST FOURIER TRANSFORM - FFT</i> ) NO CÁLCULO DO GEÓIDE	60
3.6.1 Aproximação Plana da Integral de Stokes	61
3.6.2 Aproximação Esférica da Integral de Stokes	62
3.7 <i>RESIDUAL TERRAIN MODELLING</i> (RTM)	63
3.7.1 Implementação do Cálculo de Anomalias de Altitude com RTM	65
<b>4 TRATAMENTO DOS DADOS</b>	67
4.1 ÁREA DE ESTUDO	67

4.2 ANÁLISE DE DADOS.....	68
4.2.1 Base de Dados Oceânicos.....	68
4.2.1.1 Tratamento dos dados oceânicos e compatibilização da gravimetria marinha com dados da altimetria por satélites.....	69
4.2.2 Base de Dados Continentais.....	92
4.2.2.1 Dados de campanhas realizadas na região do DVB .....	95
4.2.2.2 Correção do terreno.....	98
<b>5 DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE/QUASE-GEÓIDE REFINADO COM AS TÉCNICAS RR COM FFT E RTM.....</b>	<b>102</b>
5.1 CÁLCULO DAS ANOMALIAS PRELIMINARES PARA CADA ESTAÇÃO.....	102
5.2 CÁLCULO DAS ANOMALIAS <i>FREE-AIR</i> .....	103
<b>6 SÍNTESE DAS ABORDAGENS ADOTADAS E DAS ANÁLISES EFETIVADAS.....</b>	<b>129</b>
<b>7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>135</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>138</b>

## 1 APRESENTAÇÃO

### 1.1 INTRODUÇÃO

Existem diversos métodos que permitem modelar o geóide, desde aqueles com caráter global até os adaptados aos referenciais mais locais. A estratégia de modelagem difere em cada caso, em vista da metodologia e base de dados associadas às determinações (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 329 a 336). Estes modelos têm grande ênfase, na atualidade, devido à possibilidade de obtenção de altitudes do tipo ortométricas a partir de altitudes elipsóidicas determinadas com *Global Navigation Satellite System* (GNSS). Contudo, nas metodologias convencionais, principalmente para o denominado geóide gravimétrico, os métodos são centrados de forma predominante em um subespaço: ou parte continental (e.g. BURŠA et al., 2002); ou parte oceânica (e.g. BOSCH et al., 2002). Para a determinação de um geóide global ou para a determinação da superfície equipotencial associada a um *Datum Vertical* (DV) convencional, é necessária a utilização consistente de ambos os subespaços. Entretanto existem diversos problemas associados com esta abordagem conjunta. Dentre eles podem ser citados: as diferentes resoluções e referenciais envolvidos; dados de diversas fontes; os aspectos físicos e dinâmicos, principalmente na interface oceano-continente; efeitos das marés permanentes; o problema relacionado com a diferença de estrutura da crosta para o continente e oceano; entre outros.

Uma definição de geóide global é a de superfície equipotencial quase estacionária do campo da gravidade melhor ajustada ao nível médio do mar. Nesta sua concepção oceanográfica, a mais aceita na atualidade, este ajuste é realizado sobre toda a superfície do mar. Em sua concepção geodésica, o referido ajuste era avaliado em marégrafos costeiros, afetados pela Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM) em cada marégrafo, que nada mais é do que a razão da diferença do geopotencial do DV ( $W_i$ ) e do geóide global ( $W_0$ ) com a gravidade normal no DV. Observe-se que a realização do geóide global é efetivada via a especificação de um valor do geopotencial  $W_0$ . Na obtenção deste valor, além de observações oriundas da altimetria por satélites sobre os oceanos, deve-se buscar a integração de

informações gravimétricas de outras fontes tais como de missões gravimétricas por satélites e gravimetria marinha. Para a compleição do modelo global, é necessária a discussão da sua integração com áreas continentais, em uma estratégia de solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) o qual possibilita a obtenção do valor  $W_i$ . Este é um foco central das pesquisas relacionadas com Sistemas Globais de Altitude (SGA), conforme Idhe (2009). Também, o Problema de Contorno da Altimetria-Gravimetria (PAG) é tema recursivo e atual de investigação em Geodésia (HECK; RUMMEL, 1990; LEHMANN, 2000; HECK; SEITZ, 2007, ARDALAN et al., 2010; KLEES; PRUTKIN, 2010).

Soluções harmônicas para geóides gravimétricos continentais, com alta resolução e em vista baixo erro de omissão, ou, em outras palavras, baixo erro de truncamento, são usualmente obtidos a partir da gravimetria integrada com modelos de elevação do terreno e modelos globais do geopotencial. De forma geral, são fortemente vinculados aos referenciais verticais locais devido ao uso de anomalias da gravidade. Assim, dependendo da extensão da área coberta por tais modelos, dados vinculados a diferentes referenciais locais são utilizados, o que usualmente aporta diversos problemas de integração entre eles e com referenciais de caráter global. Também a solução gravimétrica de áreas montanhosas e áreas oceânicas é problemática com as metodologias de solução do PVCG usuais, tais como as difundidas pela “*International School for the Determination and Use of the Geoid (IGeS, 2007)*”.

Habitualmente, em áreas montanhosas, as deficiências das determinações gravimétricas podem ser suplantadas pela aplicação de métodos astrogeodésicos ou soluções integradas baseadas em Modelos Digitais de Elevação (MDE) tais como aquelas baseadas na técnica RTM (do Inglês “*Residual Terrain Modelling*”, cf. HIRT et al., 2010). Esses métodos são muito menos dependentes do conhecimento da estrutura da crosta e da altimetria convencional (nivelamento geométrico de alta precisão) associada aos métodos gravimétricos.

Em áreas oceânicas, a metodologia convencional, fortemente baseada em hipóteses simplificativas das variações laterais de densidade, tem grandes possibilidades de solução com base em modelos de anomalias *free-air* oriundas da altimetria por satélites bem como modelos de batimetria e da Topografia Dinâmica da Superfície do Mar – MDT (do Inglês “*Mean ocean Dynamic Topography model from mean sea surface*”) em associação com as missões gravimétricas atuais tais

como a *Gravity Recovery and Climate Experiment* - GRACE e a *Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Explorer* - GOCE (LE TRAON et al., 2010).

O presente trabalho está centrado nas estratégias de integração/fusão de dados de múltiplas fontes, em ambos subespaços referidos, visando a determinação da TNMM no *Datum Vertical Brasileiro* (DVB). A integração de dados propiciou a determinação de geóide/quase-geóide na área de estudos, com base em diferentes estratégias para solução do PVCG. A estratégia central é o estabelecimento de um refinamento de um valor geopotencial de referência, tal como o dado por um Modelo do Geopotencial Global (MGG) visando à obtenção do geóide global no DVB.

A abordagem referida foi organizada da seguinte forma:

- 1) No Capítulo 2 é apresentada uma revisão dos principais aspectos envolvidos na solução do PVCG e no PAG, considerando aspectos clássicos e fundamentos da teoria de Molodenskii relacionando anomalias e distúrbios da gravidade bem como geóide e quase-geóide, com principal enfoque na equação fundamental da Geodésia Física;
- 2) No Capítulo 3 são abordados os principais aspectos metodológicos envolvidos nas técnicas de fusão/integração de dados bem como os aspectos relacionados com a determinação do geóide/quase-geóide com erro de omissão menor que os do *Earth Gravitational Model* 2008 (EGM2008), neste estudo usado como base para o valor de  $W_0$  de referência. São discutidas as metodologias de integração de dados e cálculo do geóide, considerando dados de diferentes origens e diferentes resoluções espectrais, tais como: as técnicas de *Remove-Restore* (RR) associadas com FFT (*Fast Fourier Transform*); Sistemas de Múltiplas-Entradas Múltiplas-Saídas (SMEMS) considerando a Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) como principal ferramenta; e *Residual Terrain Modelling* (RTM). São discutidas com destaque a técnica convencional RR com FFT, conforme Tocho e Guarracino (2010), e a técnica RTM como alternativa ao RR e CMQ, tendo em vista os MGGs mais recentes. Modelos Digitais de Elevação do terreno (MDE) tais como o *Shuttle Radar Topography Mission* - SRTM30plus (2009) e *Digital Terrain Model* DTM2006.0 (2006) com diferentes resoluções espectrais foram considerados em conjunto com os dados dos MGGs como base de soluções para o RTM;

- 3) Um aspecto fundamental para os estudos subsequentes é abordado no Capítulo 4. São efetivadas as discussões referentes aos dados utilizados e seu tratamento preliminar. Neste tratamento foram consideradas as devidas reduções e compatibilização de referenciais bem como o tratamento dos dados gravimétricos considerando anomalias vinculadas a referenciais locais no continente e global nos oceanos e distúrbios da gravidade em referencial global;
- 4) No Capítulo 5 é efetivada a determinação do geóide/quase-geóide com baixo erro de truncamento com base nas técnicas RR com FFT e RTM associada com o EGM2008, SRTM30plus filtrado pelo DTM2006.0, e determinada a TNMM no DVB bem como efetivada as análises dos resultados obtidos em vista da resolução das bases de dados envolvidas, considerando erros de comissão e de omissão em vista das resoluções espectrais e características físicas do terreno no entorno do DVB;
- 5) No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões decorrentes da realização do trabalho e discussões do Capítulo precedente, considerados resultados preliminares de outros trabalhos na área e decorrentes de modelagem global. Também neste Capítulo são efetivadas recomendações de aprofundamentos em vista de aspectos não explorados no contexto do trabalho.

## 1.2 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Efetuar a integração de informações geodésicas e geofísicas dos subespaços oceano e continente visando o vínculo do *Datum* Vertical Brasileiro a um Sistema Global de Altitudes.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Para a integração das informações de múltiplas fontes em ambos subespaços, são previstos os objetivos específicos:

- a) Constituir base de dados no entorno do DVB cobrindo no mínimo  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ , envolvendo aspectos de compilação, novas observações, tratamento preliminar, compatibilização de referenciais, análise qualitativa e de resolução espacial;
- b) Delimitar os aspectos físicos mais importantes, no âmbito da investigação contida neste trabalho, para a integração dos subespaços envolvidos;
- c) Selecionar técnicas de integração/fusão de dados considerando metodologias convencionais e não convencionais;
- d) Modelar o geóide/quase-geóide global com resolução espacial compatível com a grade de  $1' \times 1'$ , na região do DVB e com resolução de  $3'' \times 3''$ , visando respectivamente à determinação da relação da superfície de referência da rede vertical brasileira com um SGA e do DVB.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Como reflexão preliminar dos problemas típicos encarados no presente estudo, tem-se como consequência principal a discussão dos aspectos associados com a realização da denominada Rede Vertical do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (RVSIRGAS). Os diferentes *data* verticais (DVs) na América do Sul foram estabelecidos, de forma geral, em conexão com o Nível Médio do Mar (NMM) local em um ponto costeiro, a partir de observações maregráficas, em diferentes épocas e com diferentes períodos de observação. Assim, em cada DV, a ideia subjacente é que deverão ser levadas em consideração as propriedades físicas locais e regionais e os aspectos dinâmicos dos oceanos. Desta forma, no presente



trabalho tem-se implícito um método para a integração das redes continentais com um SGA.

Usualmente valores de  $W_0$  são dados em modelos do geopotencial global (MGG), porém limitados à resolução espectral do modelo. A resolução espectral do modelo do geopotencial global, é um fator fundamental a ser considerado. Isto ocorre do fato que a diferença de geopotencial  $\Delta W_i = W_i - W_0$  entre o DV local de uma Rede Vertical Fundamental (RVF) e o SGA, é usualmente associada com os efeitos de anomalias locais de massas continentais e oceânicas. Estas anomalias não são resolvidas pelos modelos globais e refletem-se na denominada Topografia do  $NMM$  local ( $TNMM_i$ ) que pode ser inferida da relação (BURŠA et al., 2002):

$$TNMM_i = \frac{\Delta W_i}{\gamma_i} \quad (1)$$

Nesta equação  $\gamma$  é o valor da gravidade normal referido ao modelo Terra Normal relativamente ao qual são expressas as ondulações do geóide global. O valor referido é calculado para a posição do DV local sob consideração. Destaque-se que o problema central é a determinação do valor de  $\Delta W_i$  que só pode ser consistente se obtido com a integração de observações sobre ambos os subespaços envolvidos e que causam anomalias. Destaque-se que todas as informações devem estar relacionadas com um único sistema de referência, o que usualmente não ocorre.

A teoria proposta por Molodenskii para solução do PVCG foi reestruturada para usar a superfície física da Terra como superfície de referência no contexto do denominado PVCG fixado (HECK; SEITZ, 2009). Esta estratégia é particularmente efetiva nas transições oceano/continente onde o geóide e quase-geóide se confundem. Esta aparenta ser uma base adequada para sanar dificuldades tais como: integração de diferentes dados em diferentes referenciais. Esta integração pode então ser efetivada com independência do conhecimento da estrutura da crosta para reduções, independência dos sistemas locais de altitude, e maior possibilidade da integração de técnicas. Tal decorre da utilização da superfície física da Terra como referência de cálculo e não superfícies locais (tais como os usuais geóides gravimétricos locais) para redução.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA

### 2.1 FUNDAMENTOS DA TEORIA DE MOLODENSKII E A RELAÇÃO GEÓIDE/QUASE-GEÓIDE

O problema mais antigo da Geodésia se refere à determinação da forma e dimensões da Terra. As superfícies de referência usuais para expressar tais determinações são respectivamente, o elipsóide, de natureza geométrica e o geóide, de natureza física. Portanto, a relação entre essas superfícies torna-se uma de suas principais tarefas.

Segundo Vaniček (1993) os dois maiores obstáculos da Geodésia clássica são:

- a) a definição do geóide não é completamente rigorosa, i.e., o valor do geopotencial sobre o geóide é arbitrado via consideração do esferopotencial do modelo Terra Normal;
- b) o processo de remoção dos efeitos das massas externas ao geóide é baseado em várias suposições e hipóteses simplificativas concernentes à distribuição de densidade no interior da Terra ou abstrações de efeitos.

As observações diretas ou indiretas que conduzem à determinação de parâmetros geodésicos só podem ser efetivadas na Superfície Física (SF) da Terra ou em seu exterior. O problema fundamental da Geodésia é em consequência a determinação da forma e dimensões da Terra, e seu campo da gravidade externo a partir de observações com as limitações mencionadas. A solução livre do denominado PVCG é efetivada utilizando o geóide como superfície limite, o que implica na existência de massas exteriores a ele e que devem ser eliminadas de alguma forma. Também, as grandezas referidas à SF da Terra devem ser reduzidas ao geóide que é desconhecido *a priori*. Assim, são necessárias aproximações para a redução de observações da superfície física ao geóide, tal como implícito na determinação do geóide gravimétrico pela integral de Stokes com base em anomalias *free-air* da gravidade. Molodenskii et al. (1962) buscaram reestruturar

esta abordagem. Definiram o teluróide como superfície de redução para o campo da gravidade normal e as grandezas gravimétricas observadas na superfície para obtenção da anomalia da gravidade a ser empregada na solução do PVCG. Esta abordagem resulta no quase-geóide como superfície de referência para as altitudes. Diversas questões fundamentais relacionadas com estratégias de reduções e linearizações foram abordadas por Stock (1983) e Heck e Seitz, (2009). Em épocas mais recentes configurou-se como viável a aplicação da SF da Terra como superfície limite conhecida para a solução do PVCG, tal como abordado por Keller (1995). Assim o PVCG passa a ser tratado como fixado. Isto é possível principalmente em vista das potencialidades do GNSS, assumindo a geometria da superfície da Terra como completamente conhecida, e a utilização de distúrbios da gravidade. Como consequência, a solução do PVCG fixo é reduzido para a determinação de apenas uma função desconhecida: o geopotencial  $W(x, y, z)$  no espaço externo, fora da superfície da Terra (HECK, 2011). Estas ideias serão aprofundadas na sequência.

A figura 01 apresenta as quantidades geométricas e físicas do método de Molodenskii para solução do PVCG, o qual pode ser sintetizado pela equação:

$$\vec{g} = f(S, W) \quad (2)$$

onde o vetor gravidade  $\vec{g}$  sobre  $S$  é uma função da superfície  $S$  e o geopotencial  $W$  sobre esta (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 297).

O ponto  $P$  na superfície  $S$  é projetado sobre o elipsóide segundo a normal, que contém também o ponto  $Q$ , onde o esferopotencial  $U_Q$  é igual ao geopotencial  $W_P$ . A altitude elipsoidal  $h_P$  do ponto  $P$  pode ser determinada por:

$$h_P = H_P^* + \zeta \quad (3)$$

onde  $H_P^*$  é a altitude normal do ponto  $P$  e substitui a altitude ortométrica ( $H$ ) da equação clássica ( $h = H + N$ ) e  $\zeta$  é denominada anomalia de altitude que substitui a altura geoidal  $N$ .

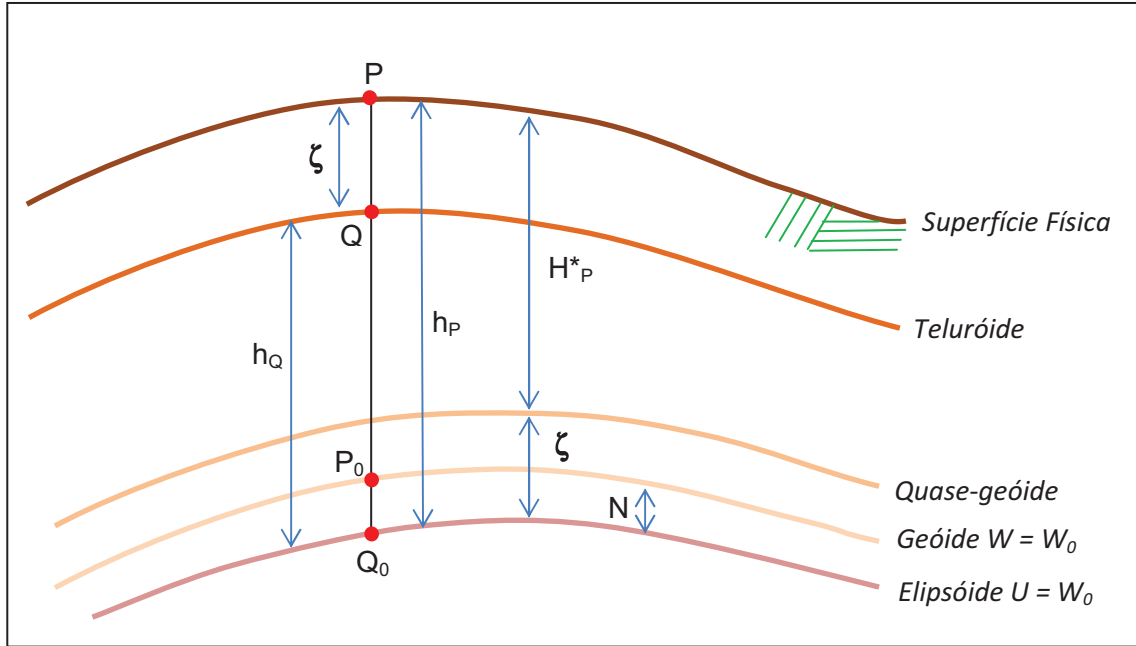


FIGURA 01 – QUANTIDADES GEOMÉTRICAS E FÍSICAS SEGUNDO A TEORIA DE MOLODENSKII

FONTE: ADAPTADO DE HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ (2005)

Esta relação é clara ao considerar que o potencial normal  $U$  de qualquer ponto  $Q$  é igual ao potencial real  $W$  do correspondente ponto  $P$  na SF da Terra, enfatizando que  $U_Q = W_P$ . Esta superfície é denominada teluróide (HIRVONEN, 1960).

Na definição de Gauss-Listing, o geóide é a superfície equipotencial  $W = W_0 = \text{constante}$  (ou superfície de nível) melhor ajustada ao nível médio dos oceanos. Com relação ao elipsóide, o potencial da gravidade normal é definido por  $U = U_0 = \text{constante}$  (HECK; RUMMEL, 1990). Na definição física do geóide, inserida na teoria clássica,  $W_0$  é obtido de  $U_0$  como:

$$W_0 = U_0 = U(Q_0) = W(P_0) \quad (4)$$

$P_0$  sendo a projeção segundo a vertical de  $P$  sobre o geóide, e  $U_0$  obtido a partir de constantes relativas ao Sistema Geodésico de Referência (SGR) adotado. Esta definição será retomada em pormenores na seção 2.3, equações (33) e (34).

A anomalia de altitude, segundo Molodenskii (1962) é dada por:

$$\zeta = \overline{QP}, \quad (5)$$

em equivalência à altura geoidal clássica:

$$N = \overline{Q_0} \overline{P_0}. \quad (6)$$

Com base no potencial anômalo ( $T = W - U$ ), tem-se segundo o teorema de Bruns (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 333):

$$\zeta = \left( \frac{T}{\gamma} \right)_Q \quad N = \left( \frac{T}{\gamma} \right)_{Q_0}, \quad (7)$$

onde  $\gamma$  denota a gravidade normal.

É importante serem tecidas algumas considerações a respeito do potencial perturbador  $T$ , função de base para a solução do PVCG. Trata-se de grandeza de valor numérico pequeno se comparada a  $W$  e  $U$  e em vista deste particular pode ser, em muitos casos tratada como de variação linear. Enquanto o geopotencial e o esferopotencial não são harmônicos no exterior das massas,  $T$  é harmônico. Em outras palavras,  $T$  atende à equação de Laplace:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

Este é o pressuposto fundamental para abordagem do PVCG. Também, as grandezas relacionadas diretamente com  $T$  são de amplitude pequena se comparadas às mensuráveis. Assim, em geral são admitidas aproximações esféricas e tratamento com relações lineares.

Na formulação de Molodenskii tem-se o inconveniente de que tanto a superfície física, o quase-geóide, bem como o teluróide, não são superfícies de nível. Estas interpretações são relevantes para muitas das determinações relacionadas com o campo de gravidade da Terra. No entanto, existem alternativas para superar o problema apontado.

Segundo a proposta de Molodenskii, pode-se apresentar as anomalias de altura ( $\zeta$ ) como distâncias normais ao elipsóide de referência. Desta forma, obtém-se uma superfície muito próxima a superfície do geóide, o quase-geóide, e a anomalia

da altura pode ser considerada como a altura quase-geoidal. (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 333).

A anomalia da gravidade clássica é definida como:

$$\Delta g_0 = g(P_0) - \gamma(Q_0) \quad (9)$$

onde:  $\gamma$  é a gravidade normal e  $g(P_0)$  a gravidade real sobre o geóide obtida via reduções a partir de valores medidos na superfície.

Segundo a concepção de Molodenskii, define-se como anomalia da gravidade:

$$\Delta g = g(P) - \gamma(Q) \quad (10)$$

ou seja, trata-se da diferença entre a gravidade real medida sobre a superfície terrestre e a gravidade normal calculada sobre o teluróide. A gravidade normal sobre o teluróide é calculada a partir da gravidade normal do elipsóide via gradiente *free-air* da gravidade segundo a distância de  $Q_0$  a  $Q$ , que é também igual à altitude normal de  $P$ . Então a anomalia *free-air* da gravidade no contexto de Molodenskii é referida ao teluróide e não ao geóide como no cálculo clássico; apenas a nomenclatura utilizada é a mesma. Percebe-se assim, que esta teoria fornece formas de vínculo com a teoria clássica.

Como referência tem-se que a altitude ortométrica é definida como:

$$H = \frac{C}{g_m} \quad (11)$$

Na equação (11)  $C = W_0 - W_P$  é o número geopotencial dado pela diferença de geopotencial entre o geóide e o ponto nivelado, e que pode ser obtido na prática com base na associação de gravimetria à operação de nivelamento. O denominador  $g_m$  é o valor médio da gravidade entre o geóide e o ponto na SF, avaliado ao longo da linha de campo da gravidade que passa pelo ponto  $P$  e  $P_0$ . Tal valor só é obtido de forma aproximada via hipóteses simplificativas da estrutura da crosta entre o geóide e o ponto na SF.

A altitude normal  $H_p^*$  do ponto P tem definição similar à altitude ortométrica, entretanto o valor médio da gravidade é obtido do campo de gravidade normal. A altitude elipsoidal, que pode ser obtida diretamente, por exemplo, via posicionamento GNSS, representa a separação entre a superfície física e a superfície elipsoidal ao longo da normal. A diferença entre as altitudes mencionadas denomina-se anomalia de altitude (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 300):

$$\zeta = h_p - H_p^* \quad (12)$$

A altitude normal  $H_p^*$  de um ponto na superfície P é idêntica a altitude elipsoidal  $h$ , do correspondente ponto Q no teluróide. Logo, a altitude normal de um ponto é a elevação sobre o quase-geóide em correspondência à altitude ortométrica sobre o geóide (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 300).

A anomalia de altitude em um ponto P pode ser também expressa como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 300):

$$\zeta_P = h_P - h_Q \quad (13)$$

A anomalia de altitude é definida como a distância entre a superfície geopotencial  $W = W_P = \text{constante}$  e a correspondente superfície esferopotencial  $U_Q = W_P$  no ponto Q. A equação de Bruns, conforme as (7) apresenta-se neste caso da seguinte forma:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} \quad (14)$$

onde  $T$  é o potencial perturbador ( $T = W_P - U_P$ ) e  $\gamma$  a gravidade normal no teluróide.

A equação (14) apresentada no parágrafo precedente trata-se da expressão análoga a fórmula de Bruns para a altura geoidal ( $N$ ). Nesta teoria moderna, contorna-se o problema envolvido na fórmula de Stokes com relação à densidade de massas e o valor da gravidade, o que torna a formulação mais simplificada.

São notáveis as perspectivas de utilização dos distúrbios da gravidade, determináveis agora com grande precisão pela associação de observações gravimétricas com posicionamento por GNSS na forma:

$$\delta g = g_P - \gamma_P \quad (15)$$

onde  $g_P$  é o valor da gravidade medida em um ponto e  $\gamma_P$  o valor da gravidade normal no mesmo ponto, calculada facilmente a partir da latitude geodésica  $\varphi$  e da altitude elipsóidica  $h$  do ponto P, atualmente de fácil obtenção com o GNSS. O valor do distúrbio da gravidade, que independe da rede de nivelamento com *Datum* local, pode ser relacionado com a anomalia da gravidade, que depende, para sua determinação, de redução vinculada à rede de altitudes. A integração de valores do distúrbio da gravidade com os de anomalia da gravidade é objeto de considerações na sequência deste trabalho.

O distúrbio da gravidade tornou-se importante para as aplicações relacionadas com GNSS, dado que a forma atual de posicionamento fornece a altitude elipsoidal permitindo a determinação de  $\gamma_P$ , a gravidade normal de P.

Segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005), a fórmula de Bruns aplicada a  $P_0$  (altura geoidal clássica -  $N$ ) e a P (anomalia de altitude de Molodenskii -  $\zeta$ ) com o mesmo valor de  $\gamma$  permite reformular a equação (9) como condição de contorno para o problema de Molodenskii como:

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0 \quad (16)$$

e com a abordagem do problema via posicionamento GNSS, como:

$$\frac{\partial T}{\partial h} + \delta g = 0 \quad (17)$$

A (16) e a (17), que representam então duas condições de contorno, são aplicadas tanto para o problema da superfície S (Molodenskii) como para superfície média do mar. Portanto, aplicando nestas equações a aproximação esférica que



equivale a desconsiderar o achatamento  $f$  do elipsóide de referência (pois este é expresso como relações lineares entre pequenas quantidades), estas resultam nas equações diferenciais:

$$\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T + \Delta g = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \delta g = 0. \quad (19)$$

A solução esférica forma a base para uma solução prática do PVCG de Molodenskii bem como da sua variante fixada com a aplicação do posicionamento GNSS para a superfície da Terra. Vale reafirmar que, para a superfície da Terra  $S$  real, esses dois problemas não são lineares, desde que a direção da linha vertical em geral não coincide com a normal para a superfície terrestre. Assim o PVCG com base no GNSS para  $S$  não é um problema esférico de Neumann, o qual envolve somente uma derivada normal (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 303). No entanto é conceitualmente mais simples por referir-se a uma superfície de contorno fixa enquanto o problema de Molodenskii refere-se a uma superfície de contorno livre, porém que pode ser modelada satisfatoriamente pela aproximação esférica. Confrontando-se esses aspectos com base no potencial perturbador  $T$ , destaca-se que sua determinação na abordagem clássica decorre do seu desenvolvimento em harmônicos esféricos na forma:

$$T = R \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta g_n}{n-1} \quad (20)$$

a qual fundamenta a formulação de Stokes baseada na integral sobre a superfície  $\sigma$ , usualmente adotada como esférica:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d\sigma \quad (21)$$

com  $S(\psi)$  sendo dado por:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5\cos(\psi) - 3\cos(\psi) \cdot \ln\left[\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right] \quad (22)$$

onde  $\psi$  é o ângulo geocêntrico entre os raios do ponto de cálculo e do ponto variável onde é conhecida a anomalia da gravidade, obtido em função das respectivas coordenadas  $(\varphi, \lambda)$  e  $(\varphi', \lambda')$ , usando a expressão (GEMAEL, 2002, p. 146):

$$\psi = \arccos(\sin \varphi \cdot \sin \varphi' + \cos \varphi \cdot \cos \varphi' \cdot \cos \Delta\lambda) \quad (23)$$

A integral (21) é aplicada para a solução do PVCG em um SGR sendo  $N$  obtido de  $T$  pela fórmula de Bruns (7). Para um SGR arbitrário é reescrita na forma (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 110):

$$T = \frac{\Delta GM}{R} + \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \int A_i S(\psi) d\sigma + \sum_{n=1}^{\infty} B_n S(\psi) d\sigma \quad (24)$$

onde  $\Delta GM$  é a diferença entre a constante gravitacional geocêntrica no sistema local, e na referência global. Para se aplicar (24) em áreas marinhas faz-se  $i=1$  e  $A=\delta g$ , com  $S(\psi)$  substituído por  $K(\psi)$ :

$$K(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - \ln\left[1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right] \quad (25)$$

que é a fórmula de Neumann-Koch. Em áreas continentais, considera-se em (23):

$$B_n = f(g_i) - \frac{2}{r} \delta W \quad (26)$$

que advém da Teoria de Molodenskii, e pode ser expresso por:

$$B_n = -\sum_{i=1}^{\infty} (h - h_p)^i L_i(B_{(n-1)}) \quad (27)$$

com:

$$L(f) = \frac{R^2}{2\pi} \int_{\sigma} \int \frac{f - f_0}{l_0^3} d\sigma \quad \text{e} \quad l_0 = 2R \sin(\psi/2) \quad (28)$$

sendo  $f$  e  $f_0$  os achatamentos dos elipsóides de referência local e global, respectivamente.

A formulação de Stokes tem desenvolvimento matemático que deve iniciar com  $n = 2$ , uma vez que com  $n = 1$  resulta um denominador igual a zero na equação (20). Na teoria de Molodenskii, o potencial perturbador pode ser expresso em função do distúrbio da gravidade como:

$$T(\vartheta, \lambda) = R \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta g_n}{n+1} \quad (29)$$

e a fórmula de Neumann-Koch:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} K(\psi) \cdot \delta g \cdot d\sigma \quad (30)$$

onde  $K(\psi)$  pode ser desenvolvido em polinômios de Legendre como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.115):

$$K(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \psi) \quad (31)$$

Esta é regular para todo  $n$  (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 303).

É possível aplicar a fórmula de Stokes (21) e a fórmula de Vening-Meinesz, respectivamente, para obtenção do potencial anômalo  $T$  e as deflexões da vertical ( $\xi$ ,  $\eta$ ). Sendo a fórmula de Vening-Meinesz dada por (MORITZ, 1980, p. 17):

$$\begin{Bmatrix} \xi_P \\ \eta_P \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g_Q \frac{dS}{d\psi} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} d\sigma \quad (32)$$

As anomalias da gravidade podem ser relacionadas com os distúrbios da gravidade com base em  $N$  e  $T$  conforme pode ser obtido das (16) e (17):

$$\delta g = \Delta g - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N = \Delta g - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (33)$$

O conjunto de equações apresentadas nesta seção mostra que é possível uma solução iterativa local para  $N$  ou para as anomalias da gravidade a partir dos distúrbios da gravidade, independente do sistema de referência local. Esta abordagem está de acordo com a solução do PVCG fixado. Para tanto, algumas considerações são estabelecidas, como a escolha de um sistema de altitudes compatível. Neste propósito adota-se o Sistema de Altitudes Normais de Molodenskii. (DE FREITAS et al., 2007, p. 408).

## 2.2 MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE

O geóide tem papel fundamental na Geodésia quando se considera os seus métodos geométricos, físicos e espaciais. Atualmente, a vinculação das redes altimétricas globais com um geóide global, realizado por um valor de geopotencial  $W_0$ , é um dos principais objetos de investigações dos geodestas.

Diversos são os fatores que influenciam na determinação do geóide. Entre estes pode ser citada a dificuldade na determinação do campo de gravidade, devido ao conhecimento inadequado da distribuição das massas no interior da Terra. O conhecimento do campo da gravidade é essencial para a definição de um sistema de altitudes consistente e único, com caráter global.

As altitudes elipsóidicas são atualmente obtidas diretamente por posicionamento GNSS. Já as altitudes ortométricas constituem uma das grandes dificuldades da Geodésia. Sua obtenção requer além dos desníveis provenientes do nivelamento geométrico de alta precisão, as informações do campo de gravidade da

Terra sendo estas obtidas somente com base em injunções e simplificações vinculadas a uma amostragem na superfície e no exterior do planeta. Esta situação é vinculada ao denominado “Problema Fundamental da Geodésia”: Determinar a forma, dimensões, campo da gravidade externo e suas variações temporais a partir de medidas na SF ou no seu exterior. Reinsere-se aqui a consideração do problema fundamental da Geodésia visando demonstrar como é errônea a definição de geóide como a de “superfície determinada pelo NMM suposto em repouso e prolongada no interior dos continentes”. Esta definição não contempla nem efeitos permanentes de marés e nem a inacessibilidade do interior planetário para “prolongar” e acessar a referida superfície. Assim, a Geodésia usa o modelo elipsóidico como referência para posicionar a superfície geoidal, passando esta superfície a ser modelada por um conjunto discreto de valores de  $N = f(\varphi, \lambda)$ , obtidos via métodos astrogeodésicos ou astrogravimétricos, apoiados em mensurações discretas na SF ou no exterior planetário, sendo  $\varphi, \lambda$  respectivamente a latitude e longitude geodésicas referidas ao elipsóide e  $N = h - H$ .

Diversos métodos são aplicados visando à determinação do geóide de forma acurada. Cada método possui particularidades objetivando contornar os problemas referentes à falta de informação gravimétrica e de um sistema de altitudes consistente e com características físicas, i.e., vinculados ao campo de gravidade da Terra. Também devem ser consideradas as estratégias de integração de medidas esparsas visando formar modelos contínuos com resolução suficiente para aplicações.

A seguir são apresentados, de forma sucinta, alguns dos principais métodos para a determinação do geóide que foram usados no desenvolvimento desta pesquisa.

### 2.2.1 Técnicas Convencionais por Satélites

As observações sobre um satélite permitem obter a posição relativa entre o ponto de observação e o satélite. A partir desta posição relativa, se um dos elementos tem sua posição definida num dado sistema de referência numa dada época, a posição do outro pode ser determinada no mesmo sistema e época. Isso

constitui o denominado rastreo do satélite que pode ser então aplicado para determinação de posições na Terra se conhecida a órbita do satélite ou para a determinação da órbita se a posição da estação de rastreo é conhecida. De forma mais sutil, a análise das perturbações gravitacionais sobre as órbitas do satélite é uma poderosa ferramenta para análise do geopotencial. A separação geóide-elipsóide, considerado o potencial gravitacional como harmônico no exterior das massas atrativas, pode ser obtida também de modelos do geopotencial desenvolvidos em série de coeficientes harmônicos obtidos da análise orbital (KAULA, 1966).

Existem diversas técnicas de rastreo dentre as quais pode-se citar: a triangulação celeste, técnica de rastreo explorando o efeito Doppler, determinação de pseudo-distância, fases de portadora e de código como no posicionamento GNSS, medidas de distância a Laser sobre satélites (*Satellite Laser Ranging* – SLR) e Lua (*Lunar Laser Ranging* – LLR), rastreo satélite-satélite, entre outras.

Na parte oceânica, uma alternativa mais eficiente é a dada pela altimetria por satélites. Nesta alternativa, satélites com órbitas bem determinadas e dotados de radares-altímetros, medem a distância que os separa da superfície instantânea do oceano. Tais satélites incorporam também radiômetros que permitem uma modelagem dos efeitos da ionosfera e troposfera na propagação do sinal de radar. A altimetria por satélites teve sua fase inicial com as missões SKYLAB, GEOS-3 e SEASAT. Adquiriu grande significado para a Geodésia e diversas outras ciências a partir das missões GEOSAT, ERS 1 e 2, ENVISAT, TOPEX/POSEIDON e JASON1 e 2 (ESA, 2010).

### 2.2.2 Rastreo Satélite-Satélite

Dois diferentes conceitos são envolvidos, que podem ser associados com duas diferentes missões gravimétricas por satélites, na determinação do campo de gravidade da Terra:

- a) Rastreo satélite-satélite em modo alto<sup>1</sup>-baixo (*High-Low mode*) sendo realizado pela missão *Challenging Minisatellite Payload* (CHAMP): O princípio deste modo de rastreo pode ser visualizado na figura 02, onde o satélite CHAMP com três acelerômetros devidamente orientados e posicionados via rastreo *Global Positioning System* (GPS), mede diretamente as componentes da gravidade ao longo de sua órbita. Em princípio, as perturbações nas acelerações tridimensionais causadas pelo campo de gravidade da Terra são determinadas. Essas acelerações correspondem às derivadas primeiras do potencial gravitacional ( $V$ ) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 277). O campo da gravidade é derivado da inversão da informação obtida da órbita do satélite.

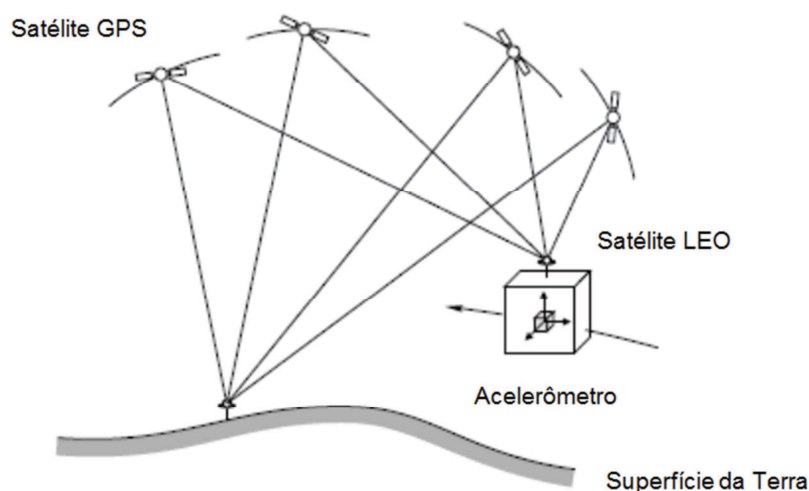


FIGURA 02 – RASTREIO SATÉLITE-SATÉLITE EM MODO ALTO-BAIXO  
 FONTE: ADAPTADO DE HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ (2005)

- b) Rastreo satélite-satélite em modo baixo-baixo sendo realizado pela missão GRACE: Dois satélites LEO (*Low Earth Orbit*) são colocados em uma mesma órbita separados por algumas centenas de quilômetros (cerca de 220 km para o caso do GRACE). Distância e variações de distâncias entre os satélites são medidas com precisão sub-milimétrica. Individualmente, a órbita de cada satélite LEO é afetada por perturbações nas acelerações as quais correspondem as

<sup>1</sup> Esta terminologia não se adequa ao caso em que o GNSS é considerado como órbita média e não alta. Porém esta nomenclatura tornou-se tradicional nas referências.

derivadas primeiras do potencial gravitacional ( $V$ ). Em combinação, resultam diferenças de acelerações. Em adição, as posições dos satélites LEOS são determinadas por satélites GPS, da mesma forma que para o *high-low mode*. O efeito das forças não-gravitacionais sobre os satélites, por exemplo devido ao arrasto, entre outros efeitos são compensados ou medidos pelo acelerômetro (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 278). O princípio do rastreo neste modo pode ser observado na figura 03.

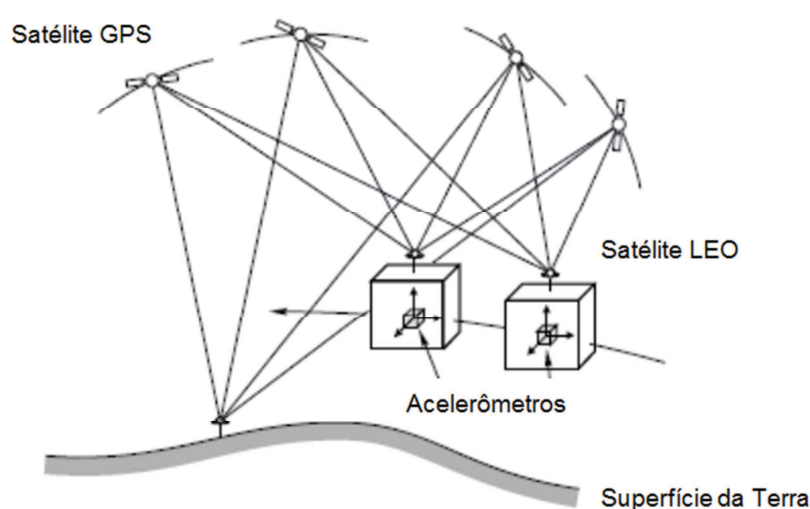


FIGURA 03 – RASTREIO SATÉLITE-SATÉLITE EM MODO BAIXO-BAIXO  
 FONTE: ADAPTADO DE HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ (2005)

### 2.2.3 Gradiometria Gravimétrica por Satélite

A Gradiometria Gravimétrica por Satélite determina as componentes do tensor gradiente gravitacional (derivada segunda do potencial gravitacional). Sobre a superfície da Terra, gradiometria gravimétrica tem sido empregada com pares de sensores (acelerômetros) sensíveis às variações locais do campo de gravidade em uma certa direção. Para diferentes orientações dos sensores, diferentes componentes do gradiente da gravidade podem ser determinados. Para aplicações espaciais, a atenuação do campo de gravidade com a altitude requer uma alta acurácia para as derivadas segundas (da ordem de  $10^{-11}$  a  $10^{-13} \text{ s}^{-2}$ ). Existem altas



demandas sobre o sensor de controle de atitude e sobre a deriva instrumental (*drift*) dos acelerômetros (TORGE, 2001, p. 158).

No caso da missão GOCE o princípio descrito é adotado. O GOCE é tratado como um LEO para uma determinação acurada de sua posição. Segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005), comparado com o modo baixo-baixo do rastreo satélite-satélite com uma linha de base longa entre os dois LEOs, a linha de base entre as unidades dos acelerômetros tendem a zero no caso da gradiometria gravimétrica por satélite. Portanto, gradiometria por satélite é a medida das diferenças de aceleração nas três direções ortogonais espaciais entre as massas testes dos seis acelerômetros (dois para cada um dos três eixos) dentro do satélite.

Em outras palavras, a medida do sinal é a diferença da aceleração gravitacional do satélite, onde o sinal gravitacional surge devido às massas atrativas da Terra. Assim, a medida do sinal corresponde aos gradientes da componente da aceleração da gravidade, i.e., a derivada segunda do potencial gravitacional. A figura 04 apresenta o princípio da Gradiometria Gravimétrica por Satélite para o LEO (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 278).

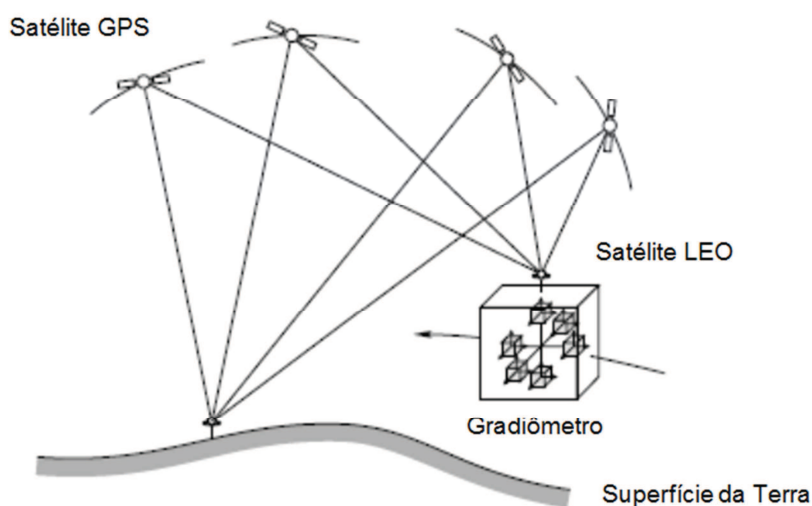


FIGURA 04 – GRADIOMETRIA GRAVIMÉTRICA POR SATÉLITE  
FONTE: ADAPTADO DE HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ (2005)

#### 2.2.4 Altimetria por Satélites

Os satélites altímetros foram desenvolvidos a partir da década de 60 sendo sua principal vantagem a de que os radares altímetros permitem mensurações da

forma da superfície dos oceanos globalmente e frequentemente (figura 05). Tais medidas são de fundamental importância para a Geodésia, Geofísica, Oceanografia e mais recentemente para a Meteorologia na avaliação da variação sazonal da temperatura dos oceanos pela análise estérica. As ondulações da superfície dos oceanos mensuradas pelos radares refletem o geóide, essas ondulações são determinadas pelas variações da chamada topografia do nível do mar associada com efeitos geostroficos e campo de gravidade da Terra. Essas variações são ligadas às distribuições de massas heterogêneas no interior do planeta (FU; CAZENAVE, 2001, p. 1).

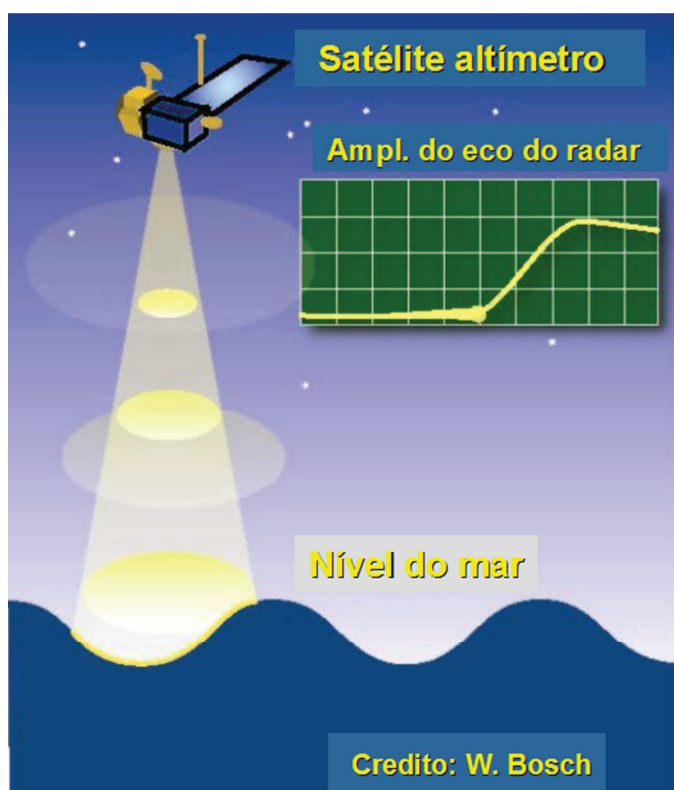


FIGURA 05 – PRINCÍPIO DA ALTIMETRIA POR SATÉLITE  
FONTE: BOSCH (2006)

O conceito é simples: o satélite é usado como uma plataforma em movimento para um sensor o qual transmite pulsos de microondas para a Terra, na faixa de frequência do radar onde existe a menor absorção pela umidade atmosférica e maior refletância na superfície oceânica, e recebe um sinal de retorno após ser refletido pela superfície do mar. A altitude ( $a_s$ ) do satélite sobre a Terra pode ser derivada, como uma primeira aproximação, pela medida do intervalo de tempo do sinal por (SEEBER, 2003, p. 443):

$$a_s = c \frac{\Delta t}{2} \quad (34)$$

Devido à propriedade favorável de refletividade das microondas na água, o método é apropriado sobre os oceanos. O sinal de retorno envolve a interação da onda emitida com a superfície da água. Esta interação acontece de forma idealmente circular, o denominado *footprint* (figura 06). O tamanho deste é relacionado com a refletividade e estado da superfície refletora. A energia refletida é avaliada pelo altímetro ao longo do tempo. O sinal de retorno permite deduzir uma série de estados da superfície do oceano em vista de uma curva ideal calibrada de recepção (DE FREITAS et al., 2007).

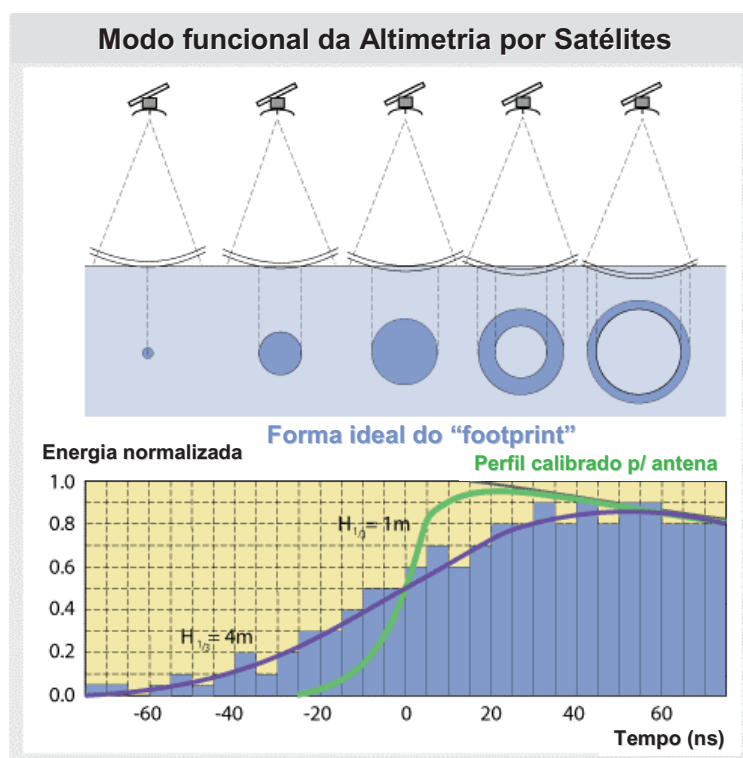


FIGURA 06 – FOOTPRINT E SINAL DE RETORNO  
FONTE: BOSCH (2006)

As observações referem-se à altitude da superfície instantânea do mar a qual difere da altura geoidal pela separação  $\bar{H}$ . A altitude  $h$  do satélite sobre um elipsóide global pode ser obtida do cálculo da órbita com respeito a uma rede de referência geocêntrica. Se correções adicionais são negligenciadas, a equação da altimetria simplificada é dada por (SEEBER, 2003, p. 443):

$$h = N + \overline{H} + a_s \quad (35)$$

O radar pode ser usado para “imagear” a superfície do mar diretamente e consequentemente um geóide oceânico aproximado. A altimetria por satélite é, por esta razão, uma ferramenta geodésica importante para o mapeamento direto do geóide. A principal significância do método resulta da possibilidade de imageamento de grandes áreas sobre os oceanos em um período de tempo relativamente curto e determinando uma representação detalhada da superfície do mar com alta resolução espacial e temporal (SEEBER, 2003, p. 443).

Uma nova missão espacial chamada de *Surface Water and Ocean Topography* (SWOT) está sendo desenvolvida em conjunto com as comunidades hidrológicas e oceanográficas internacionais visando à realização de medidas de alta resolução das elevações das águas dos oceanos e da superfície terrestre. O instrumento fundamental possui uma banda de interferometria por radar Ka capaz de realizar com alta resolução medidas de altimetria. O projeto da missão foi um processo com esforço conjunto da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) e *Centro Nacional de Estudos Espaciais* (CNES), seguindo a tradição na colaboração da altimetria por radar ao longo dos últimos 25 anos (NASA, 2010).

O SWOT irá fornecer alta resolução espacial nas medidas globais da topografia da superfície oceânica. Estas medidas irão melhorar os modelos de circulação oceânica levando a uma melhor previsão do tempo e clima, bem como as variações nas correntes oceânicas. Os dados que serão fornecidos pelo SWOT (eg. gride das altitudes da superfície dos oceanos, estimativa das incertezas das altitudes, desvio padrão das altitudes, velocidades do vento, estimativa da superfície do mar, etc.) poderão ser utilizados posteriormente como um novo conjunto de dados na modelagem do geopotencial em áreas oceânicas e por conseguinte da TNMM, que é o aspecto central na implementação de um SGA (NASA, 2010).

Este novo recurso de mapeamento de altitudes da superfície do mar (missão SWOT), em escalas de até 10 km, irá melhorar o conhecimento das marés costeiras, assim como as marés internas que não foram bem amostradas pela altimetria convencional. Esta nova informação é fundamental não só para alcançar objetivos como o conhecimento da circulação dos oceanos, mas também é importante para

uma gama de aplicações voltadas à modelagem hidrodinâmica e de marés, tanto em áreas costeiras, como em oceanos abertos (NASA, 2010).

Segundo *Danish National Space Center* - DNSC (2009), das observações do Nível do Mar (NM) obtém-se o NMM e deste a TNMM. Assim, dos valores de  $N$  (altura geoidal) e da inclinação do geóide (componentes do desvio da vertical meridiana e primeiro vertical, respectivamente  $\xi$  e  $\eta$ ), é possível de ser obtida de forma inversa, via CMQ ou FFT, via as fórmula de Stokes e das de Vening-Meinesz, tratada na seção 2.1, as anomalias *free-air* da gravidade nos oceanos. Da análise temporal de séries de observações altimétricas com distribuição global pode ser obtida a tendência de elevação do NM. Ainda, das grandezas derivadas da altimetria por satélite é possível obter-se a unificação de Sistemas de Altitudes: o geopotencial  $W_0$  a partir do NMM, identificar as discrepâncias entre os *data* verticais nacionais e definir um sistema de referência único relativamente a um SGA.

A integração da altimetria por satélite com outras missões gravimétricas apresenta um potencial elevado para a substituição de métodos convencionais, que por seus custos e demandas apresentam-se inviáveis para países com grande extensão territorial como o Brasil (DE FREITAS et al., 2007).

#### 2.2.5 Gravimetria

A gravimetria tem se constituído em uma das principais ferramentas nas áreas de interface entre a Geodésia e outras ciências, tais como Geologia, Geofísica, Oceanografia e os diversos campos de atividades aplicadas, onde é fundamental o conhecimento do campo de gravidade (DE FREITAS et al., 2002). Trata-se de uma ferramenta comum para a Geofísica, na pesquisa de recursos naturais, e para a Geodésia, na determinação das ondulações do geóide e do desvio da vertical (GEMAEL, 1999, p. 23). De forma geral, segundo Torge (1989), o objetivo da gravimetria é determinar o campo de gravidade da Terra e de outros corpos celestes, como uma função da posição e tempo, por medidas da gravidade e dos gradientes da gravidade sobre ou no exterior da superfície da Terra.

A gravidade, a qual é mensurada sobre a SF da Terra, contém informações sobre medidas locais (utilizadas em Geodésia), sobre a distribuição de massa no

seu interior (utilização em Geofísica) mediante reduções e simplificações, e no caso de medições repetidas fornece as variações temporais (utilização na Geodinâmica) (TORGE, 1989, p. 2).

Segundo Torge (2001), a gravimetria envolve a medição da intensidade da gravidade e do gradiente da gravidade por métodos terrestres ou sobre a superfície da Terra. Medidas gravimétricas “absolutas” referem diretamente aos padrões de medida (comprimento) e tempo, enquanto medidas gravimétricas “relativas” usam uma contra-força para a determinação das diferenças de gravidade.

Um sistema de referência gravimétrico global é necessário visando referir as redes gravimétricas locais e globais a um padrão comum. Medidas gravimétricas sobre plataformas em movimento são valiosas para áreas de difícil acesso. Informações do campo de gravidade local podem ser obtidas por medidas do gradiente da gravidade. Os registros contínuos da gravidade fornecem informações das variações da gravidade com o tempo, especialmente as marés gravimétricas terrestres (TORGE, 2001, p. 171).

A observação gravimétrica nos continentes, associadas às redes mundiais, é a injunção mais importante para o melhor conhecimento do geopotencial, uma vez que está diretamente associada com a distribuição de massas do planeta. Este conhecimento é fundamental para as técnicas de posicionamento global preciso, devido às suas implicações diretas para a dinâmica orbital e correta orientação de referenciais globais, entre outros aspectos (DE FREITAS et al., 2002). Para tal, é necessário o conhecimento da gravidade com distribuição global adequada de um conjunto de estações. Enquanto nas regiões oceânicas este problema foi em grande parte resolvido de forma satisfatória pelas técnicas espaciais de altimetria e gravimetria por satélites, nas regiões continentais ele permanece condicionado a existência de redes gravimétricas e densificações com precisão na ordem de 15 a 50  $\mu\text{Gal}$ . (SANTOS JR, 2005).

A determinação dos valores da gravidade em diferentes pontos da superfície a ser pesquisada, com o objetivo de se obter o quadro de anomalias gravimétricas, denomina-se levantamento gravimétrico, nas medidas gravimétricas relativas. Em cada ponto, mede-se a variação da gravidade com respeito a determinado ponto da região a investigar, o qual é denominado estação de referência, com o valor da gravidade conhecido. Portanto, o valor da gravidade de todos os pontos do

levantamento gravimétrico é obtido somando-se algebricamente a variação de gravidade ao valor do ponto de referência (MIRÓNOV, 1977).

Segundo de Freitas et al. (2002), a densificação gravimétrica em torno do *Datum* com posicionamento geométrico dos pontos em referencial geocêntrico ao qual se tenha um modelo de geopotencial associado, tal como o EGM2008, associado ao Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS2000), permite determinar as componentes anômalas locais do geopotencial. Essas informações integradas podem ser empregadas para a determinação da TNMM na região costeira, via resolução do PVCG. Trabalho exploratório da ideia foi realizado por de Freitas et al. (2010) para o DVB.

As redes de densificação têm como pontos inicial e final estações de ordem superior (da rede estadual, nacional ou da *The International Gravity Standardization Net – IGSN-71*) (GEMAEL, 1999), cuja precisão nominal é estimada em  $15\mu\text{Gal}$ .

Na atualidade, existe a opção adicional de partir-se de pontos gravimétricos absolutos em redes específicas, e.g. Rede Nacional de Estações Gravimétricas Absolutas (RENEGA) (SANTOS JR, 2005). As medidas absolutas da gravidade (na ordem de  $1\mu\text{Gal}$ ) assumiram precisão superior àquelas da IGSN-71.

Na determinação do geóide gravimétrico concorrem a altura geoidal e as componentes da deflexão da vertical obtidas a partir da determinação das anomalias da gravidade. As formulações clássicas de Stokes e Vening-Meinesz, associadas ao propósito mencionado, podem ser readequadas para o uso da SF como referência em substituição aos geóides locais vinculados às redes de nivelamento que fornecem as altitudes necessárias para as reduções gravimétricas, conforme apresentado na seção 2.1.

## 2.3 O PROBLEMA DE CONTORNO DA ALTIMETRIA - GRAVIMETRIA

A estratégia atual de tratamento das diferentes redes verticais nacionais, cada qual vinculada a um diferente DV e suas conexões, insere-se em um dos problemas mais atuais de investigação na Geodésia. As diferentes estratégias para sua abordagem estão vinculadas ao PVCG. Em particular, diversas soluções são propostas para a definição/realização de um SGA, via determinação da TNMM em



cada DV, tais como as propostas por Heck e Rummel (1990) e implementadas por Lehmann (2000) pela adoção do conceito de DV livre. Estas estratégias de abordagem para as redes verticais no âmbito da sua associação com a gravimetria é denominada de Problemas do Valor de Contorno da Altimetria-Gravimetria (PAGs), em Inglês *Altimetry-Gravimetry Boundary-Value Problems* (AGBVP). São elas (DE FREITAS et al., 2002):

- a) Aproximação Oceanográfica: Se partir da consideração que a TNMM é consequência das correntes oceânicas, efeitos meteorológicos e variação espacial da temperatura e salinidade, a TNMM pode ser determinada somente por análises de fenômenos oceanográficos. Os principais problemas nesta aproximação são a complexidade e a falta de resolução dessas técnicas em regiões costeiras, onde os marégrafos são geralmente localizados;
- b) Altimetria por satélite associada com nivelamento geostrófico: A TNMM em áreas oceânicas abertas é derivada da altimetria por satélite e extrapolada para os marégrafos por nivelamento geostrófico. O principal problema é a falta de resolução do nivelamento geostrófico em áreas costeiras rasas.
- c) Gravidade associada ao posicionamento por satélites: nesta aproximação, a posição geométrica 3D por posicionamento por satélite do DV é usada como informação adicional para o cálculo do afastamento (*offset*) da superfície de referência local com a global, assimilado aqui como a TNMM, e influências nas anomalias da gravidade em um ajustamento por colocação por mínimos quadrados;
- d) Aproximação do Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG): Nesta aproximação recente, o DV é considerado como parte da estrutura do PVCG. Soluções modernas destes problemas são apresentadas por Lehmann (2000), considerando o DV livre no problema da altimetria-gravimetria (PAG). Tal solução não se adéqua para os casos onde ocorre a pequena disponibilidade de dados para conexão das diversas redes verticais nacionais, como na América do Sul.



Em todas as conexões aproximadas, o objeto físico subjacente é o campo de gravidade. Avanços na gravimetria terrestre e aérea, técnicas de rastreamento de satélites e altimetria por satélites conduziu ao desenvolvimento de modelos da gravidade com aumento de resolução. Estes podem prover uma conexão fisicamente significativa entre os vários sistemas de altitudes. Complementarmente, missões gravimétricas por satélite específicas e gravimetria aérea podem fornecer medidas acuradas de ordem de magnitude melhor que a acurácia obtidas a partir da interpolação de dados terrestres (DE FREITAS et al., 2002).

As inconsistências entre *data* verticais existem principalmente devido à consideração de que o nível do mar coincide com o geóide. Na realidade, o geóide global, referência para um SGA, é expresso pelo potencial da gravidade  $W_0$ . Porém, o NMM avaliado em cada DV é apenas uma aproximação do geóide global em dada época, onde as propriedades físicas locais e regionais, os aspectos dinâmicos dos oceanos e variação temporal do NMM não são considerados. Na atualidade, as necessidades de vínculo das redes de nivelamento nacionais a um SGA são justificadas por uma série de fatores entre os quais: SGA consistente para realização de pontos de controle e validação tais como os requeridos pelas missões de satélites voltadas para a gravimetria, gradiometria e altimetria, com grande implicação para a Oceanografia; projetos transnacionais envolvendo recursos hídricos; sistema consistente para redução de anomalias da gravidade; integração de nivelamento geodésico e técnicas oceanográficas para determinação de inclinações da superfície do mar em grandes distâncias; monitoramento das variações do nível do mar, tanto espacialmente como temporalmente, visando à integração de técnicas para apoio a sistemas globais de observação voltados para a salvaguarda costeira, análise da interação oceano/continente, análise climática, entre outros.

Visando a definição de um geóide global, Heck e Rummel (1990) destacaram que não existe uma única definição para o geóide global. Assim a escolha de uma superfície equipotencial quase-estacionária do campo da gravidade, próxima do NMM pode ser adotada segundo diferentes critérios. Algumas possíveis definições são (DE FREITAS et al., 2007):

- a) Definição Física: Nesta definição clássica, seguidamente adotada, o geóide é a superfície equipotencial cujo potencial da gravidade  $W_0$  é

obtido como uma grandeza derivada igual a um potencial da gravidade normal  $U_0$  de um modelo elipsóidico da Terra (elipsóide de nível) especificado pelas constantes geodésicas  $a$  (semi-eixo equatorial),  $f = (a - b)/a$  achatamento do elipsóide de nível, sendo  $b$  o semi-eixo menor do elipsóide,  $GM$  (constante gravitacional geocêntrica, sendo  $G$  a constante gravitacional e  $M$  a massa da Terra incluída a atmosfera) e  $\omega$  a velocidade angular da Terra:

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left( 1 - \frac{1}{3}e'^2 + \frac{1}{5}e'^4 \right) + \frac{1}{3}\omega^2 a^2 \quad (36)$$

com

$$e' = (a^2 - b^2)^{1/2} / b. \quad (37)$$

Destaque-se que qualquer desvio do semi-eixo  $a$  ou do achatamento derivado  $f = (a - b)/a$  do elipsóide de nível entendido como ideal, produzem grandes diferenças em  $W_0$ . Molodenskii (1960, apud BURŠA et al., 2007) em vista das limitações apontadas sugere que a determinação de  $a$  pressuponha  $W_0$  como uma constante fundamental. Na presente definição, como  $W$  é unicamente uma função da posição, então considerando as coordenadas geodésicas elipsoidais  $\varphi$  (latitude),  $\lambda$  (longitude) e  $h$  (altitude):

$$W(\varphi, \lambda, h) = W_0 \quad (38)$$

A (38) é resolvida pelo conhecimento de  $h$  em função de  $\varphi$  e  $\lambda$ . Esta definição pressupõe o conhecimento do comportamento do potencial da gravidade nas vizinhanças do geóide além do fato que  $U_0$  depende do sistema de maré empregado, pois tal sistema está implícito na determinação de  $a$  e  $f$ . Estes fatos tornam pouco prática, na atualidade, a aplicação da definição física;

- b) Definição Oceanográfica: O geóide é a superfície equipotencial do campo da gravidade em relação à qual o valor médio da TNMM estática é igual a zero, quando avaliada globalmente. Exige a integração da altimetria por satélites com dados terrestres de gravidade associada com posicionamento por satélites e eventualmente também dados maregráficos para discriminação de efeitos costeiros. A estimativa da TNMM, neste contexto, torna-se um importante elemento na investigação das discrepâncias entre diferentes *data* verticais, porque eles representam a variação da superfície de referência utilizada (NMM) e sua diferença em relação a uma superfície equipotencial do campo da gravidade globalmente melhor ajustada ao NMM. Esta definição está embasada na de Gauss-Listing (LISTING, 1873 apud HECK, 2004), podendo ser expressa por:

$$\int_{\sigma} (W - W_0)^2 d\sigma = \min \quad (39)$$

onde  $W$  é o geopotencial em um ponto amostrado no oceano,  $W_0$  é o geopotencial do geóide, independente de qualquer sistema de marés por estar vinculado a  $W$  oriundo de observações diretas do NM, e  $\sigma$  a superfície dos oceanos. Esta definição tem sido considerada como preferencial por ser realizável pela altimetria por satélites associada com outras técnicas que independam dos sistemas de referência locais de altitude. No entanto refere-se a uma época de redução, usualmente diferente daquela em que cada um dos *data* verticais nacionais foi definido. Deve ser considerado que o NMM é uma superfície variável do tempo, tal que o geóide deve ser tratado adicionalmente como uma superfície quase-estática do campo da gravidade;

- c) Definição com Base no Problema do Valor de Contorno da Geodésia: O geóide é a superfície equipotencial relativamente à qual a média quase-estacionária da TNMM implica no desaparecimento do termo harmônico de grau zero na solução do PVCG. Para tanto são integradas observações oriundas da altimetria por satélites com gravimetria e

nivelamento em áreas continentais. Tem limitações em vista de ser afetada por inconsistências locais do *Datum* e existência de efeitos remanescentes para a componente harmônica de grau zero na solução do PVCG principalmente em vista de reduções gravimétricas efetivadas bem como do sistema de marés empregado;

- d) Definição Geodésica: O geóide é a superfície equipotencial do campo da gravidade relativamente à qual o valor da média quase-estacionária da TNMM é zero quando amostrada em todos os *data* verticais globais. Uma forma alternativa para a definição geodésica é a de considerar que geóide é a superfície relativamente à qual a soma ponderada da  $TNMM^2$  em todos os *data* regionais é mínima. Isto implica em uma dependência do conhecimento a priori do geóide oceânico, contornável em parte por solução iterativa, porém com dificuldades adicionais para integração de dados continentais. Depende do sistema de marés empregado em cada conjunto de dados, sendo esta uma das dificuldades mencionadas e também deve estar relacionada a uma época de redução.

## 2.4 O DVB E AS POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA O TRATAMENTO DO PVCG

A definição clássica de *Datum* Vertical pressupõe que o geóide coincide com o NMM assim como o determinado por observações maregráficas durante determinado período. Assim, como o DV depende do nível médio do mar, é necessário definir o quanto uma superfície equipotencial a ele associada difere do geóide adotado como referência global, esta diferença é denominada de TNMM. Este geóide sendo descrito por um valor de geopotencial  $W_0$  relativamente ao qual irá ser determinado o valor  $W_i$  no DV, com o auxílio de modelos do geopotencial do campo de gravidade da Terra, tais como os derivados de missões gravimétricas espaciais. Em um sentido puramente geométrico, a TNMM pode ser descrita conhecendo-se a altitude do NMM (referido ao elipsóide) e a altura geoidal  $N$  como mostrado na figura 07 (DE FREITAS et al., 2007).

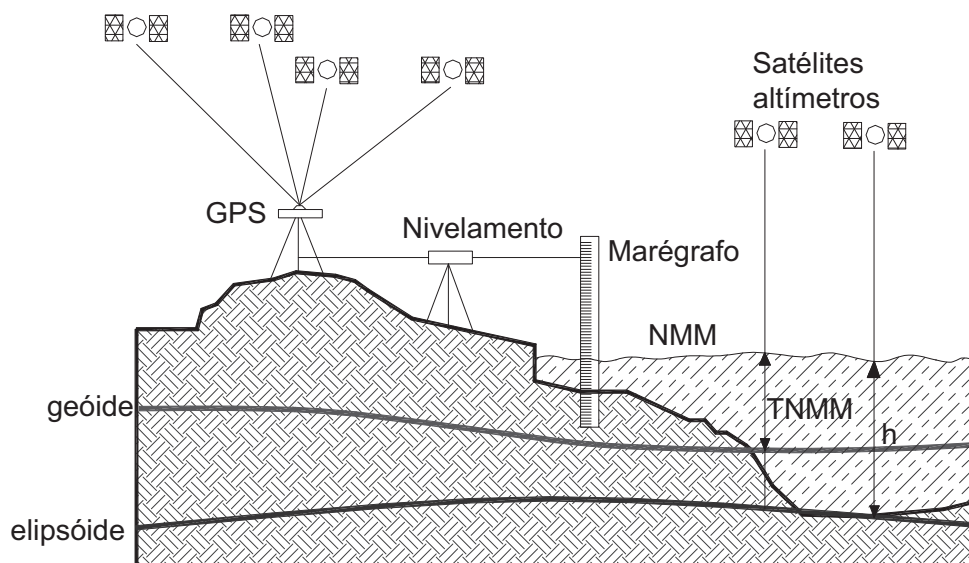


FIGURA 07 – RELAÇÃO MOSTRANDO COMO A TNMM PODE SER DETERMINADA VIA ALTIMETRIA POR SATÉLITES E REGISTROS MAREGRÁFICOS  
 FONTE: ADAPTADO DE BOSCH (2006)

Deste modo, deve-se considerar os seguintes aspectos (BOSCH, 2002):

- As altitudes do nível médio do mar e as alturas geoidais devem ter a mesma resolução, ou similar;
- O sistema de maré pelo qual as alturas geoidais são calculadas deve ser consistente com aquele usado para o cálculo das altitudes do NMM;
- Os sistemas de referência usados para a altimetria por satélites e para os modelos do geopotencial, usualmente, não são os mesmos. Então, há a necessidade de um sistema de referência comum.

O estudo a respeito da compatibilidade de diferentes fontes de dados, tais como observações maregráficas e altimetria por satélites, as quais refletem a superfície dinâmica dos oceanos, também deve ser considerada. Dalazoana (2006) destaca a existência de grandes discrepâncias que não podem ser totalmente explicadas apenas pelos efeitos dinâmicos da Terra, mas que estão também, associadas aos diferentes sistemas de referência usados na definição daquelas quantidades e com a evolução da superfície média do mar relativamente à crosta. A TNMM pode assumir valores de até cerca de dois metros. Assim, o seu

conhecimento ao longo das linhas de costa pode contribuir para a unificação de sistemas de altitudes, usualmente com pontos de origem inconsistentes (BOSCH, 2006).

O DVB atual foi definido segundo uma abordagem clássica. A altitude zero foi materializada por uma rede de Referências de Nível (RNs) na área do Porto de Imbituba - SC, cujas altitudes relativas referem-se ao NMM no período de 1949 a 1957, perfazendo um intervalo de tempo de 9 anos. Porém, esta definição clássica está eivada de algumas inconsistências. Considerando aspectos regionais, os quais podem ser observados quando o DVB é comparado com outros *data* verticais na América do Sul, a densificação das redes verticais nacionais possibilitaram verificar diferenças entre *data* verticais do continente e até mesmo entre outros marégrafos no Brasil relativamente a Imbituba (LUZ et al., 2007a).

A definição e conexão de *data* verticais, com base no processamento conjunto de dados terrestres e de satélites geodésicos, usualmente sem distribuição uniforme ao longo das linhas de costa, o denominado Problema do Valor de Contorno da Altimetria-Gravimetria – PAG não tem solução analítica no âmbito das formulações clássicas. Em particular isto é bastante evidente quando se tenta a abordagem do PAG via a aplicação da Integral de Stokes. Lehmann (2000) propôs estratégias alternativas para a solução do PAG baseada no conceito de Datum livre, aplicável a regiões, tal como um continente, a qual poderia ser aplicada dentro da solução de Molodenskii. Porém sua aplicação apresenta-se ainda como inviável em escala global e particularmente para regiões com deficiências de dados geodésicos, tal como na América do Sul (DE FREITAS et al., 2007).

As discrepâncias já evidenciadas entre as redes verticais na América do Sul, implícitas na determinação das anomalias da gravidade, desconhecimento da estrutura crustal para reduções necessárias e as quase inexistentes possibilidades de conexão via nivelamento geométrico clássico, associado a gravimetria, apontam para a inviabilidade referida no parágrafo precedente. No entanto, o PVCG fixado, com alternativas à dependência de informações vinculadas às redes verticais locais, e associado à solução proposta por Molodenskii (STOCK, 1983) aparenta ainda ser uma das poucas soluções viáveis no contexto da realização da RVSIRGAS, principalmente buscando-se a ampliação da base de dados pela fusão de dados oriundos de diferentes subespaços (DE FREITAS et al., 2007).

As alternativas mais promissoras são evidenciadas pela aplicação da conexão oceânica via a altimetria por satélites. Neste contexto podem ser exploradas trilhas de referência em áreas oceânicas abertas como plataformas consistentes de propagação da TNMM a áreas costeiras (LUZ et al., 2007b). Uma estimativa da TNMM pode ser derivada a partir de missões de altimetria por satélites, as quais permitem a determinação do nível do mar com relação ao elipsóide, porém com acentuada perda de resolução em áreas costeiras. Por isso, o conhecimento de um recorte local de um geóide derivado de missões espaciais, independente do sistema de altitudes local, e com a integração de dados terrestres, por exemplo, gravimetria associada com posicionamento GPS, e utilização de trilhas de referência ajustadas pela injunção cruzada de diversas missões de altimetria por satélites, parece ser particularmente promissora a este contexto de pesquisa (DE FREITAS et al., 2007).

A TNMM pode ser calculada como a diferença entre a altura geoidal ( $N$ ) e a altitude elipsóidica do nível médio do mar. Mas, essa consideração só é válida no sentido geométrico e, portanto, alguns aspectos físicos devem ser considerados. De forma a modelar a TNMM é necessária, primeiramente, a definição do geóide global a ser considerado. Este geóide é dependente do conhecimento do geopotencial, usualmente expresso via um modelo global que contém as componentes anômalas locais com determinada resolução, vinculadas ao grau de desenvolvimento do modelo, de forma geral insuficiente para a precisa definição do nível de referência local.

A modelagem da TNMM, em dada época, é importante porque está associada à superfície equipotencial expressa pelo NMM determinado por observações maregráficas. Torna-se necessário, portanto, o conhecimento do valor do geopotencial  $W_i$  no *Datum*, incluindo as componentes anômalas não contempladas no modelo global, fornecendo sua relação com o geóide global, tomado como referência para todos os *data* verticais existentes. Outro aspecto a ser considerado é a evolução temporal do NMM. O conhecimento deste particular exige a determinação da posição geocêntrica do *Datum* e sua velocidade vertical. Só desta forma é possível discriminar movimentos da crosta, onde situa-se a referência fundamental, dos movimentos eustáticos do nível do mar. A determinação de  $W_i$  é vinculada ao valor aparente para épocas atuais. A posição aparente do *Datum* deve ainda ser associada com a posição à época de definição do *Datum* vertical por



regressão tanto do nível do mar como da posição da referência fundamental de altitudes associada com a crosta (DALAZOANA, 2006).

Para uma boa descrição do campo da gravidade sobre a região, deve-se estabelecer quão grande deve ser a área para incorporação de observações locais complementares às aquelas de alta precisão contempladas pelos modelos geopotenciais globais (FREITAS et al., 2007). A questão central envolvida nesta abordagem é o uso de distúrbios da gravidade em vez de se utilizar as anomalias da gravidade na determinação das componentes de alta frequência do potencial anômalo. Assim, o problema do referencial altimétrico clássico utilizado não tem influência na sua determinação, uma vez que os distúrbios da gravidade não dependem do conhecimento das altitudes ortométricas e por conseguinte independentes do conhecimento do geóide local. Esta dependência é implícita na solução da Integral de Stokes para determinação da altura geoidal ou potencial anômalo em função de anomalias da gravidade.

O distúrbio da gravidade, agora com possibilidades de introdução prática na Geodésia, pela gravimetria associada com posicionamento GPS de alta precisão (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005), aponta para caminhos possíveis da determinação do potencial anômalo utilizando a superfície física da Terra como conhecida, no contexto da solução proposta por Molodenskii ao PVCG (STOCK, 1983).

As informações visadas para a análise do campo da gravidade na região do DVB são os distúrbios da gravidade. Inicialmente, Miranda (2006) em conjunto com o Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélite - LARAS, constituiu um banco de dados visando uma análise preliminar da base geodésica na região do DVB realizando um conjunto de dados composto por aproximadamente 900 estações com informação de posição (latitude e longitude), altitudes ortométricas e elipsóidicas, valores de gravidade real e as anomalias da gravidade *free-air* e Bouguer. Cerca de 90 estações novas foram estabelecidas na campanha realizada em julho de 2005, onde foram efetivadas observações gravimétricas com dois gravímetros digitais Scintrex CG-3 e um receptor GPS topográfico mono-frequência. As demais estações foram compiladas dos bancos de dados da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Poli-USP e da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. Em 2007 foram realizadas observações adicionais na região de Imbituba-SC, pelo LARAS, implantando uma base geodésica



de alta precisão na região, relativamente à qual foram realizadas novas observações concentradas nas imediações do DVB, em torno do sistema lagunar do Imarui composto pelas lagoas Mirim, Imarui e Santo Antônio, com perímetro de 150 km e com regime de marés associado ao regime oceânico de Imbituba. Este entorno serviu de base para densificação de levantamentos posicionais associados com gravimetria. Nesta concepção foram observadas cerca de 160 novas estações nas quais foi possível determinar-se distúrbios da gravidade. Entre estas estações situam-se pontos onde foram instalados três novos marégrafos para determinação de níveis dos corpos d'água que possam ser associados a perturbações ao DVB (FERREIRA, 2007).

As novas missões espaciais têm contribuído com a aquisição de informações a respeito do campo da gravidade na região. Com grande potencial de aplicação deve ser mencionado os modelos EIGEN-GL04C e GL05C.

Um conjunto de pesquisas está sendo realizadas pelo Grupo de Pesquisa Otimização de Levantamentos Geodésicos (GPOLG) com base na teoria de Molodenskii visando à sua aplicação na região do Datum Vertical Brasileiro, visto que, esta teoria mostra-se apropriada para a unificação dos diversos *data* existentes e conseqüentemente a definição de sistema de referência único.

Considerando o PVCG fixado, conforme estabelecido por Stock (1983) e retomando o conceito de anomalia de altura apresentado na seção 2.1 como:

$$\zeta = \frac{T(P)}{\gamma(Q)} \quad (40)$$

para a determinação de T entre dois diferentes *data*, A e B, usa-se aproximação linear. Assim, as respectivas anomalias de altura  $\zeta_A$  e  $\zeta_B$  são calculadas e as correspondentes altitudes normais são dadas por:

$$\begin{aligned} H_A^* &= h_A - \zeta_A \\ H_B^* &= h_B - \zeta_B \end{aligned} \quad (41)$$

supondo que as altitudes elipsóidicas  $h_A$  e  $h_B$  são conhecidas. Então, todos os outros resultados das redes de nivelamento nacionais são referidos a estes *data* e

rigorosamente em um sistema único. As altitudes normais também podem ser fornecidas como diferenças de potencial via:

$$C = W_0 - W = H\gamma \quad (42)$$

onde  $\gamma$  é a gravidade normal ao longo da altitude normal,  $W_0$  é o potencial de referencia o qual é igual ao potencial normal e  $W$  é o valor do potencial no ponto sobre a superfície. Logo, as altitudes ortométricas podem ser calculadas.

A principal vantagem para o PVCG com base na teoria de Molodenskii usando a SF da Terra como referência é devido ao fato que é um problema de valor de contorno **fixo**, de forma que as altitudes normais realmente podem ser controladas por quantidades determinadas independentemente,  $h$  e  $\zeta$ . Na formulação original de Molodenskii o PVCG é considerado como **livre** onde a informação sobre as altitudes normais é usada a priori visando fixar o contorno, isto é obter o teluróide.

Outra vantagem a ser citada ao aplicar o método, descrito nos parágrafos precedentes, consiste no fato de que os dados devem ser conhecidos globalmente, o que não é possível até o momento, com a utilização dos métodos convencionais que requerem valores da anomalia da gravidade. Na teoria de Molodenskii contorna-se este problema utilizando os distúrbios da gravidade como apresentado na seção 2.1. Em trabalhos preliminares realizados na região do DVB foram obtidos resultados promissores para a integração de dados de diferentes subespaços. A acurácia evidenciada é relativamente alta considerando que a área onde ocorreu a pesquisa é relativamente pequena e ainda com cobertura restrita de observações.

Os primeiros experimentos incluem a comparação dos distúrbios da gravidade calculados com base nos dados terrestres, disponíveis até o momento, e os obtidos do modelo do geopotencial EIGEN-GL04C, desenvolvido pelo *GeoForschungsZentrum* (GFZ), Potsdam, Alemanha.

Toda esta nova base de dados construída para a região do DVB bem como dados oriundos de plataformas orbitais devem ser compatibilizados em um único referencial. A partir deles devem ser obtidas informações consistentes do campo da gravidade, com resolução espacial suficiente para os objetivos apontados. O processamento conjunto de dados de diferentes origens, com diferentes resoluções

espaciais e em diferentes referenciais é um dos desafios atuais da Geodésia. Isto demanda integração/fusão de dados via técnicas adequadas de processamento conforme apresentado nas seções subsequentes.

### 3 METODOLOGIAS PARA INTEGRAÇÃO/FUSÃO DE DADOS

Algumas técnicas podem ser usadas para compatibilizar informações relativas ao campo de gravidade da Terra a partir de dados heterogêneos, quer em função de suas diferentes naturezas (eg. anomalias da gravidade, altura geoidal, distúrbios da gravidade, deflexão da vertical, elevações oriundas de MDEs, entre outras) ou dados de mesma natureza, porém com diferentes resoluções espectrais ou com diferentes precisões. A compatibilização pode ser tratada, por exemplo, via as técnicas: Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ); *Remove-Restore* (RR); *Fast Fourier Transform* (FFT); Redes Neurais Artificiais (RNA); *Residual Terrain Modeling* (RTM); *Wavelets*. As técnicas são empregadas em sistemas, usualmente apresentados como (LI, 1996; BENDAT; PIERSOL, 2000):

- a) Sistema de Única-Entrada e Única-Saída (*Single-input Single-output System*);
- b) Sistema de Dupla-Entrada e Única-Saída (*Double-input Single-output System*);
- c) Sistema de Múltipla-Entrada e Única-Saída (*Multiple-input Single-output System*).

Observe-se que a frequência espectral dos sinais de saída é sempre filtrada, eliminando-se as frequências mais baixas que as de Nyquist associada com a frequência de amostragem. O teorema de Nyquist ou da amostragem, provê uma regra que determina o intervalo de frequência ideal para que um sinal seja amostrado e recuperado sem perda de informação. Seu enunciado é o seguinte: “A frequência de amostragem deve ser no mínimo o dobro da maior frequência de interesse contida no sinal” (SHANNON, 1949). Esta noção está intrinsecamente ligada à resolução espectral no domínio do espaço, a qual é igual à metade do menor comprimento de onda resolvido.

### 3.1 SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA (*SINGLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM*)

A teoria, envolvendo os sistemas de integração/fusão de dados heterogêneos, tem sido amplamente utilizada em diversas áreas da Ciência e em aplicações de Engenharia. Pormenores podem ser vistos em Bendat e Piersol (2000).

Em um sistema ideal de única-entrada e única-saída, sem ruídos, o espaço de domínio pode ser apresentado (figura 08) como (LI, 1996):

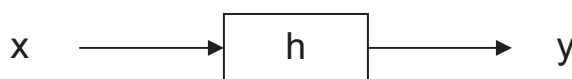


FIGURA 08 – SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA  
FONTE: LI (1996)

Na forma de convolução, o sistema é dado por:

$$y = x * h \quad (43)$$

onde (\*) denota o operador convolução (operador que, a partir de duas funções, produz uma terceira, no domínio das frequências). Esta convolução pode ser avaliada com a equação no domínio das frequências como:

$$F\{y\} = F\{x\} F\{h\} \quad (44)$$

onde F é o operador FFT. Usualmente uma convolução é utilizada para resolver uma integração no domínio do espaço.

De acordo com Li (1996), algumas aplicações dos sistemas na Geodésia Física podem ser: cálculo da altura geoidal via anomalias da gravidade ou distúrbios da gravidade pela integral de Stokes (ou Hotine) ou segundo a teoria de Molodenskii, cálculo das anomalias da gravidade pela integral inversa de Stokes,

cálculo das deflexões da vertical pela fórmula de Vening-Meinesz, cálculo das anomalias da gravidade pela fórmula inversa de Vening-Meinesz, entre outras. Dois exemplos de aplicação são dados na figura 09: no primeiro sistema da figura entra-se com o valor da anomalia da gravidade ( $\Delta g$ ) visando à obtenção da altura geoidal (N) via integral de Stokes representada por S. Contudo, pode-se também obter as anomalias da gravidade ( $\Delta g$ ) das alturas geoidais (N) pela inversa da integral de Stokes ( $S^{-1}$ ), conforme o segundo sistema.

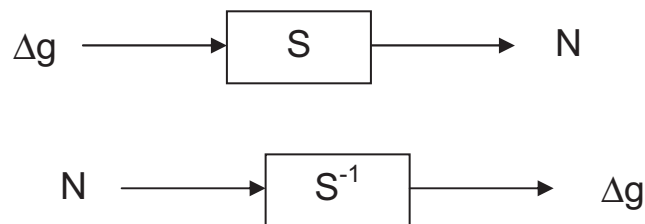


FIGURA 09 – APLICAÇÕES DO SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA  
FONTE: LI (1996)

Na forma da convolução, os sistemas podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} N &= \Delta g * S \\ \Delta g &= N * S^{-1} \end{aligned} \quad (45)$$

As correspondentes equações no domínio das frequências são:

$$\begin{aligned} F\{N\} &= F\{\Delta g\} F\{S\} \\ F\{\Delta g\} &= F\{N\} F\{S^{-1}\} \end{aligned} \quad (46)$$

A técnica FFT pode ser aplicada para a avaliação destas convoluções com resultados satisfatórios. Até recentemente, o método espectral não provia estimativa de erros de saída. O problema da estimativa de erros associados com o método espectral foi discutido por Sideris e Schwarz (1987). Atualmente, a estimativa de erros pode ser derivada dos resultados usando os métodos espectrais, contanto que os sinais de entrada e seus erros sejam variáveis estocásticas denominadas PSDs (do Inglês *Power Spectral Density*). Uma PSD é definida como uma função real

positiva expressa como função de uma frequência espectral variável (no espaço ou no tempo) e que possua dimensão de energia ou quadrado da amplitude da grandeza tratada. Geralmente é chamada apenas por espectro do sinal. Intuitivamente, a densidade espectral auxilia na captura da frequência do processo estocástico e identifica periodicidades ou comprimentos de onda importantes associados à variável.

A figura 10 apresenta um sistema de única-entrada e única-saída, porém agora com ruído, onde ruído é um sinônimo para erros aleatórios de medição.

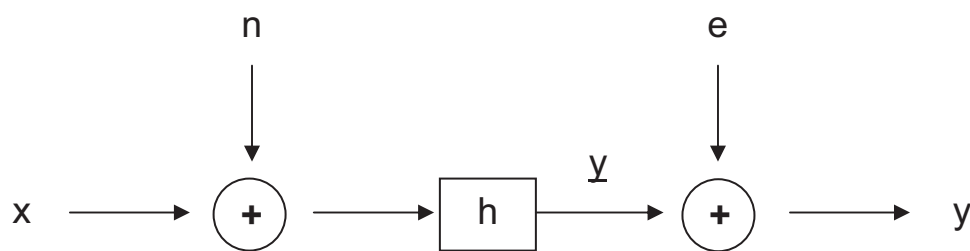


FIGURA 10 – SISTEMA DE ÚNICA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDO

FONTE: LI (1996)

Na figura tem-se que (LI, 1996):

$x$  – sinal de entrada (com ruído);  $n$  – ruído de entrada;  $\tilde{y}$  – sistema de saída;  $e$  – erro de saída;  $y$  – saída livre de ruído.

Este sistema pode ser descrito na forma da convolução:

$$y = (x + n) * h + e \quad (47)$$

e a equação no domínio das frequências é dada por:

$$F\{y\} = F\{x + n\} F\{h\} + F\{e\} \quad (48)$$

Segundo Sideris (1996), com uma amostra provida de ruídos, pode-se representar a fórmula de Stokes na forma espectral pela teoria dos sistemas de entrada e saída com ruídos.

### 3.2 SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA (*DOUBLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM*)

Um sistema linear de dupla-entrada e única-saída, livre de ruídos é representado pela figura 11 a seguir:

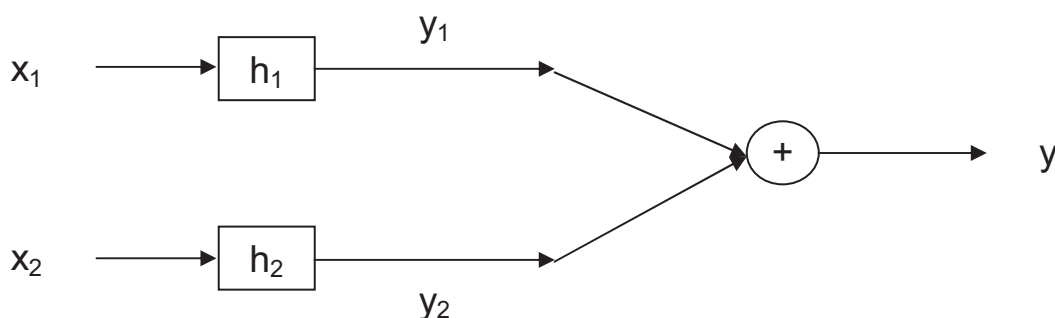


FIGURA 11 – SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA

FONTE: LI (1996)

O atual interesse, entretanto, está relacionado com o sistema de dupla-entrada e única-saída com ruídos, os quais tem, no exemplo, as alturas geoidais e as anomalias da gravidade com ruído nos sinais de entrada e suas estimativas como saída. Este sistema pode ser visto na figura 12 (LI, 1996).

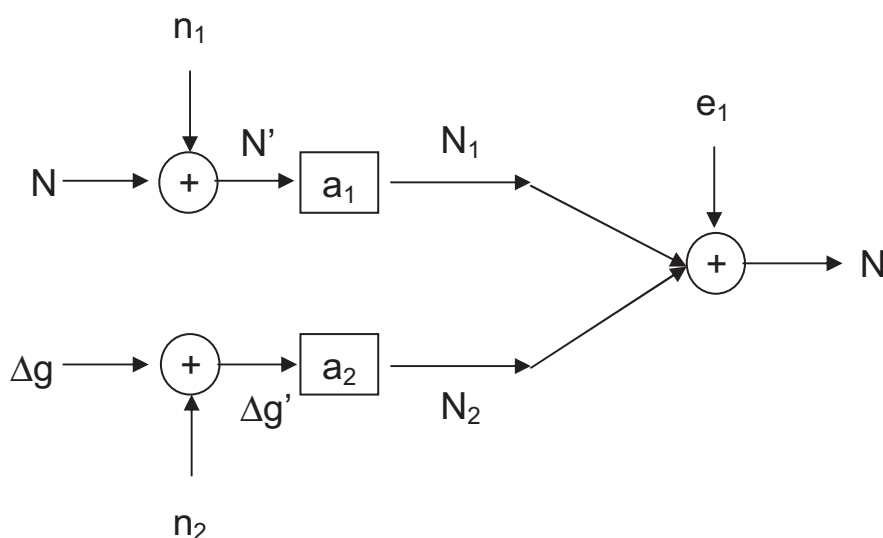


FIGURA 12 – SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDOS

FONTE: LI (1996)



Na forma de convolução, o sistema apresentado na figura 11 é descrito como:

$$N = (N + n_1) * a_1 + (\Delta g + n_2) * a_2 + e_1 \quad (49)$$

A correspondente equação no domínio das frequências é:

$$F\{N\} = F\{N + n_1\}F\{a_1\} + F\{\Delta g + n_2\}F\{a_2\} + F\{e_1\} \quad (50)$$

Uma variação do sistema de dupla-entrada e única-saída com ruído é apresentada na figura 13, cuja equação na forma de convolução é:

$$\Delta g = (N + n_1) * b_1 + (\Delta g + n_2) * b_2 + e_2 \quad (51)$$

A correspondente equação no domínio das frequências é:

$$F\{\Delta g\} = F\{N + n_1\}F\{b_1\} + F\{\Delta g + n_2\}F\{b_2\} + F\{e_2\} \quad (52)$$

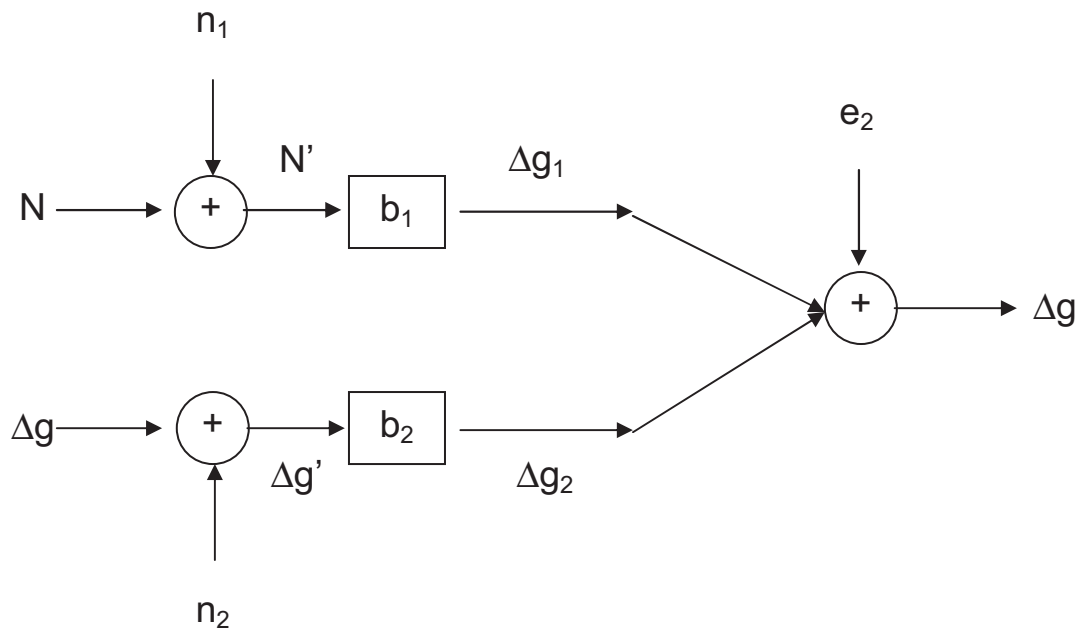


FIGURA 13 – APLICAÇÃO DO SISTEMA DE DUPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA COM RUÍDOS  
FONTE: LI (1996)

### 3.3 SISTEMA DE MÚLTIPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA (*MULTIPLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SYSTEM*)

Ao considerar  $q$  um parâmetro constante de um sistema linear  $H_i(f)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ , com  $q$  definido, a entrada sendo as observações  $x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ , e uma observação de saída  $y(t)$ , como apresenta a figura 14. O termo referente ao ruído de saída  $n(t)$  informa todas as divergências em relação ao modelo ideal, as quais podem ser devido a operações não lineares e ruído instrumental. Registros medidos são assumidos como sendo realizações de processos randômicos estacionários, onde valores médios não nulos e algumas periodicidades são removidas a priori nas análises. Modelos de Múltipla-Entrada/ Múltipla-Saída são extensões diretas dessas técnicas por considerar somente modelos semelhantes para a combinação de casos de Múltipla-Entrada/ Única-Saída (BENDAT; PIERSOL, 2000, p. 219).

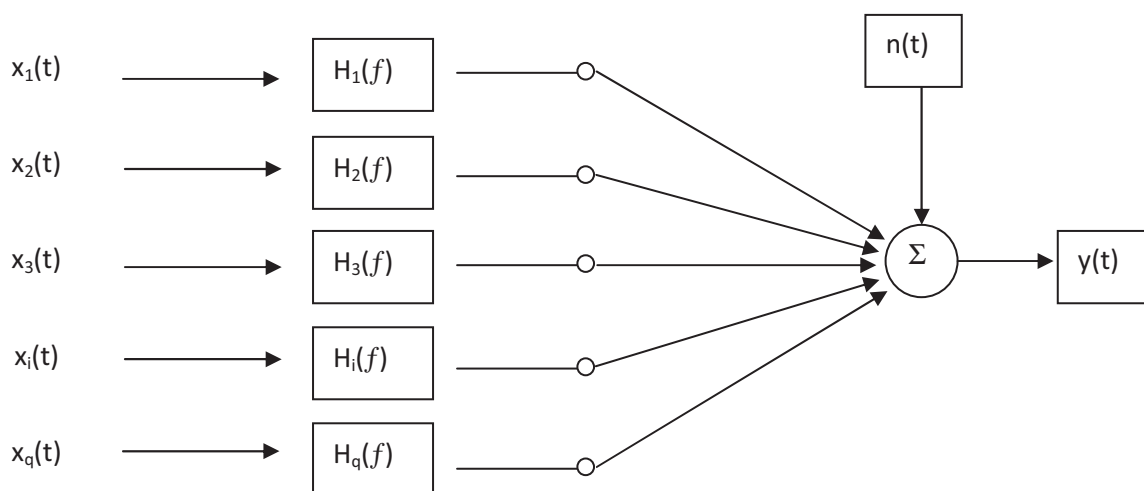


FIGURA 14 – MODELO DE MÚLTIPLA-ENTRADA E ÚNICA-SAÍDA  
 FONTE: BENDAT E PIERSOL (2000)

Segundo Bendat e Piersol (2000), na figura 14 referida ao modelo de múltipla-entrada, quatro condições são requeridas para este modelo ser bem definido. São estas:

- a) Nenhuma das funções ordinárias de conexão entre qualquer par de registros de entrada pode ser igual à unidade. Se isto ocorre, estas duas

entradas contêm informação redundante e uma das entradas pode ser eliminada do modelo. Esta consideração permite que sistemas de entrada distribuídos sejam estudados como entradas discretas.

- b) Nenhuma das funções ordinárias de conexão entre qualquer par de registros de entrada pode ser igual à unidade. Se isto ocorre, então outras entradas não contribuem para esta saída e o modelo pode ser considerado simplesmente como um modelo de única-entrada/única-saída.
- c) A função de coerência múltipla entre qualquer entrada específica e outras entradas, excluindo a entrada dada, não pode ser igual à unidade. Se isto ocorre, então esta entrada pode ser obtida por operações lineares de outras entradas. Esta entrada não provê qualquer nova informação para a saída e pode ser eliminada do modelo.
- d) A função de coerência múltipla entre saída e entradas dadas, na situação prática, pode ser suficientemente alta do ponto de vista teórico. No entanto pode ser um indicador que algumas entradas importantes estão sendo omitidas.

As condições mencionadas permitem que possíveis erros do sistema e erros estatísticos nas quantidades calculadas sejam minimizados seja por calibração/validação ou pela escolha de parâmetros de processamento de dados.

A saída  $y(t)$  pode ser considerada como a soma das saídas não indistinguíveis  $q$ ,  $y_i(t)$ , com  $i = 1, 2, \dots, q$ , mais o termo do ruído  $n(t)$ , i.e. (BENDAT; PIERSOL, 2000):

$$y(t) = \sum_{i=1}^q y_i(t) + n(t) \quad (53)$$

com a correspondente Transformada de Fourier discreta:

$$Y(f) = \sum_{i=1}^q Y_i(f) + N(f) \quad (54)$$

e cada termo de saída  $Y_i(f)$  para  $i = 1, 2, \dots, q$  satisfaz:

$$Y(f) = H_i(f)X_i(f) \quad (55)$$

Assim, a equação básica, no domínio das frequências, é:

$$Y(f) = \sum_{i=1}^q H_i(f)X_i(f) + N(f) \quad (56)$$

onde cada  $X_i(f)$  e  $Y(f)$  podem ser calculados das medidas  $x_i(t)$  e  $y(t)$ . Desta informação é requerido determinar o sistema  $H_i(f)$  e outras quantidades de interesse onde todos os resultados são funções da frequência.

Um estudo de integração parcial de dados de gravimetria oceânica e continental, utilizando MDE, MDT e Modelo Geopotencial (MG) foi realizado por Tocho (2006) com uma técnica denominada *Multiple-Input/Multiple-Output* (MIMOST) que nada mais é do que uma sobreposição da aplicação do modelo de múltipla-entrada/única-saída referido. Deve-se destacar que no referido trabalho não foram explorados os dados recentes de altimetria por satélite bem como os aspectos do tratamento dos ruídos e a exploração dos aspectos diferenciados das resoluções espectrais das bases de dados utilizadas. Abordou a determinação do geóide dentro da abordagem clássica do PVCG com base na integral de Stokes.

### 3.4 INTRODUÇÃO À COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Moritz (1980) sintetizou o denominado Método de Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) visando à determinação do potencial anômalo da gravidade pela combinação de observações geodésicas de diferentes naturezas. Esta é a técnica mais extensamente empregada em Geodésia para predição e fusão/integração de

dados. Segundo Balmino (1978), os primeiros trabalhos realizados neste âmbito são devidos a Kaula (1966), Krarup (1969) e pelo próprio Moritz (1972). Eles formularam a hipótese estocástica para o campo de gravidade modificando a teoria original dos mínimos quadrados. Supuseram que as observações do campo de gravidade são uma realização de um processo estocástico estacionário, i.e., não variam ao longo do tempo. Partindo deste princípio, aplicaram este método ao estudo da estimação e interpolação do campo de gravidade, obtendo estimativas para quantidades funcionalmente dependentes do potencial perturbador  $T(P)$ . No método proposto, não só resolve-se o sistema de equações para os parâmetros, mas também para o chamado “sinal”, que é a segunda das duas componentes aleatórias das observações.

O método tem sido de grande valia para a interpolação de grandezas associadas ao campo da gravidade. Embora sua abordagem sustente-se predominantemente no ponto de vista estatístico, tem-se também uma estrutura analítica de extrema valia para a Geodésia Física. Um papel fundamental para atingir aos pressupostos mencionados é desempenhado pela função covariância do potencial anômalo, a qual deve ser discutida a partir de dois pontos de vista distintos: o matemático e o numérico.

A colocação é um método que permite a estimação eficiente do campo de gravidade mediante a utilização das características estatísticas de dados heterogêneos sob a forma de função covariância (CATALÃO, 2000).

### 3.4.1 Predição por Mínimos Quadrados

Considerando dois conjuntos de quantidades aleatórias, com esperança matemática nula, designadas respectivamente por  $\mathbf{l} = (l_1, l_2, \dots, l_q)^T$  (o vetor das observações) com esperança  $E\{\mathbf{l}\} = 0$  e por  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_m)^T$  (o vetor dos sinais) com esperança  $E\{\mathbf{s}\} = 0$ . Estas quantidades quando possuem esperança matemática ou sua média igual a zero são denominadas centradas. Conhecido o vetor  $\mathbf{l}$ , composto por quantidades arbitrárias do campo de gravidade perturbador, como por exemplo, a anomalia da gravidade ( $\Delta g$ ) ou desvios da vertical ( $\xi, \eta$ ), e representando  $\mathbf{s}$  o sinal do potencial perturbador  $T(P)$  a ser estimado, o problema enunciado e

resolvido por Krarup, em 1969, tratou da seguinte questão: Qual a melhor estimativa de  $\mathbf{s}$  com base no conjunto  $\mathbf{I}$  de observações? Neste particular, deve-se considerar que as quantidades aleatórias são relacionadas pelas matrizes covariâncias:

$$C_{ll} = \text{cov}(\mathbf{l}, \mathbf{l}) \quad (57)$$

$$C_{sl} = \text{cov}(\mathbf{s}, \mathbf{l}) \quad (58)$$

$$C_{ss} = \text{cov}(\mathbf{s}, \mathbf{s}) \quad (59)$$

$C_{ll}$  e  $C_{ss}$  são as matrizes covariância dos vetores  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{s}$ , respectivamente e  $C_{sl}$  é a matriz covariância-cruzada entre  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{s}$ . Os elementos da matriz  $C_{ll}$ ,  $q \times q$ , são produtos da média:

$$E\{l_i l_j\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, q \quad (60)$$

os elementos da matriz  $C_{sl}$ ,  $m \times q$ , são:

$$E\{s_k l_i\}, \quad k, i = 1, 2, \dots, m \quad (61)$$

e os elementos da matriz  $C_{ss}$ ,  $m \times m$ , são:

$$E\{s_k s_h\}, \quad k, h = 1, 2, \dots, m \quad (62)$$

Isto é verdade, pois suas quantidades aleatórias são centradas. Em notação vetorial pode-se escrever:

$$C_{ll} = E\{\mathbf{l}\mathbf{l}^T\} \quad (63)$$

$$C_{sl} = E\{\mathbf{s}\mathbf{l}^T\} \quad (64)$$

$$C_{ss} = E\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\} \quad (65)$$

As medidas do vetor  $\mathbf{l}$  são assumidas como conhecidas, e o sinal  $\mathbf{s}$  como desconhecido. A conexão entre  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{l}$  é dada, não como uma relação funcional, mas

somente em termos das matrizes covariância. Uma estimação linear para o vetor  $\mathbf{s}$  tem a forma (MORITZ, 1980, p.77):

$$\hat{\mathbf{s}} = H\mathbf{l} \quad (66)$$

onde  $H$  é uma matriz qualquer que pode ter dimensões  $m \times q$ : ou seja, cada componente do vetor  $\mathbf{s}$  é aproximada por combinação linear dos dados  $\mathbf{l}$ .

O vetor erro  $\mathbf{\varepsilon}$  é dado por:

$$\mathbf{\varepsilon} = \hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s} \quad (67)$$

e a matriz covariância:

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = \text{cov}(\mathbf{\varepsilon}, \mathbf{\varepsilon}^T) = E(\mathbf{\varepsilon}, \mathbf{\varepsilon}^T) = E\{(\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s})(\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s})^T\} \quad (68)$$

Denominada de matriz covariância dos erros. Os termos diagonais desta matriz são as variâncias dos erros  $\sigma_k^2$  dos sinais estimados  $\hat{s}_k$ , que são as componentes do vetor  $\hat{\mathbf{s}}$ :

$$\sigma_k^2 = E(\varepsilon_k^2) = E\{(\hat{s}_k - s_k)^2\} \quad (69)$$

A melhor estimação para  $\mathbf{s}$  em termos de  $\mathbf{l}$  é definida, como a estimativa linear centrada de variância mínima. A média é dada por:

$$E\{\hat{\mathbf{s}}\} = HE\{\mathbf{l}\} = 0 = E\{\mathbf{s}\} \quad (70)$$

Esta é a condição natural não tendenciosa para o presente caso. Assim, a (66) pode ser considerada como imparcial para qualquer matriz  $H$ . Inicialmente determina-se  $H$  de modo que as variâncias do erro sejam mínimas (69). Para tal primeiro encontra a matriz covariância do erro (68) para uma matriz arbitrária de  $H$ . Com as equações (66) e (67) tem-se:

$$\begin{aligned}\varepsilon\varepsilon^T &= (Hl - s)(Hl - s)^T = (Hl - s)(l^T H^T - s^T) \\ &= Hll^T H^T - sl^T H^T - Hls^T + ss^T\end{aligned}\quad (71)$$

A média desta expressão fornece a matriz covariância dos erros (68). Obtém-se então:

$$E\{\varepsilon\varepsilon^T\} = HE\{ll^T\}H^T - E\{sl^T\}H^T - HE\{ls^T\} + E\{ss^T\} \quad (72)$$

Ou, considerando-se as (63), (64), (65) e a (68), obtém-se:

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = HC_{ll}H^T - C_{sl}H^T - HC_{ls} + C_{ss} \quad (73)$$

De forma análoga à (64), escreve-se:

$$C_{ls} = C_{sl}^T = E\{ls^T\}. \quad (74)$$

Com base em algumas analogias, que podem ser visualizadas em Moritz, (1980, p. 79), chega-se a conclusão que a matriz  $H$  deverá ser tal que as variâncias dos erros sejam mínimos. Deste modo, a estimação do sinal é obtida por (MORITZ, 1980, p. 80):

$$\hat{s} = C_{sl}C_{ll}^{-1}l \quad (75)$$

que fornece a melhor estimação linear do vetor sinal  $\mathbf{s}$  em termos do vetor dado  $\mathbf{l}$ . Esta fórmula é designada por “Fórmula de Predição por Mínimos Quadrados”, enfatizando-se que as matrizes  $C_{sl}$  e  $C_{ll}$  são a matriz da covariância cruzada entre o vetor  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{s}$  e a matriz covariância dos vetores  $\mathbf{l}$  respectivamente. Como as quantidades mencionadas (anomalias da gravidade e desvios da vertical) podem ser representadas como um funcional linear do potencial perturbador  $T$ , pode-se escrever:

$$l_i = L_i T \quad \text{ou} \quad \mathbf{l} = \mathbf{B}T \quad (76)$$



onde  $B$  compreende os funcionais lineares  $L_i$ . Então,  $B = (L_1, \dots, L_q)^T$  obtido na maioria das vezes por linearização de uma relação funcional originalmente não linear.

O problema consiste em determinar  $T$ , se forem dados por mensurações os funcionais lineares  $L_i T$ . A determinação de uma função por ajuste de uma aproximação analítica a um determinado número de funcionais lineares é denominada **colocação** (MORITZ, 1980, p. 85) e consequentemente, o presente método para determinar o campo gravitacional por estimação de mínimos quadrados é chamado de **colocação por mínimos quadrados - CMQ**.

Ao saber que todas as medidas são eivadas de erros e se as observações  $I_i$  que formam o vetor  $I$  são afetadas por erros aleatórios  $n_i$ , então a equação (76) pode ser reescrita como:

$$I_i = L_i T + n_i \quad (77)$$

Sendo:

$$L_i T = t_i \quad (78)$$

Obtém-se:

$$I_i = t_i + n_i \quad (79)$$

Assim, a observação  $I_i$  foi decomposta em um sinal  $t_i$  e um ruído  $n_i$ . A parte referente ao sinal representa o elemento do campo gravitacional  $L_i T$  e o ruído é uma expressão para os erros aleatórios de medição.

As equações (76) podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} I &= BT + n, \\ BT &= t, \\ I &= t + n \end{aligned} \quad (80)$$

O ruído  $n$  é uma quantidade aleatória e tem uma distribuição de probabilidade com esperança matemática nula, conforme a formulação de Moritz

(1980). Em geral, supõe-se que o ruído e o sinal não são correlacionados, i.e., o erro inserido aleatoriamente em determinada observação não é necessariamente o mesmo que afeta os demais pontos medidos. Tais erros ocorrem com magnitudes diferentes. Da mesma forma, os ruídos das diferentes mensurações não são correlacionados. Uma alternativa para este fato consiste em fixar um valor de desvio padrão dos erros. E neste caso, a matriz covariância é dada por:

$$C_{nn} = \begin{bmatrix} \sigma_g^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_g^2 & 0 & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_g^2 \end{bmatrix} \quad (81)$$

A generalização do método da colocação por mínimos quadrados consiste na introdução de um vetor de parâmetros  $X$ , que representa alguns tipos de erros sistemáticos ou uma possível transformação de coordenadas. Desta forma (MORITZ, 1980, p. 111):

$$l = AX + BT + n \quad (82)$$

na qual  $A$  é uma matriz  $q \times p$ , expressando o efeito dos parâmetros sobre as medições  $l_i$ , na forma:

$$A = C_{ss} - C_{sl}C_{ll}^{-1}C_{ls} \quad (83)$$

Salienta-se que no caso de  $B = 0$  a relação (82) fica reduzida a seguinte equação:

$$l = AX + n \quad (84)$$

e, conseqüentemente, o problema é reduzido a um ajustamento por mínimos quadrados cuja condição neste caso, quando considerado o vetor dos ruídos é dada por:

$$n^T C_{nn}^{-1} n = \min \quad (85)$$

É importante a consideração de que as covariâncias  $C_{nn}$  devem originar-se em uma função básica dada por:

$$K = \text{cov}(s, s) \quad (86)$$

Considerando-se um vetor  $l$  que é uma função linear de  $s$  na forma:

$$l = Bs \quad (87)$$

sendo  $B$  uma matriz de ordem apropriada. Então, por propagação de covariâncias obtém-se:

$$\text{cov}(s, l) = KB^T \quad (88)$$

$$\text{cov}(l, l) = BKB^T \quad (89)$$

Percebe-se então, que na realidade, o maior problema com a CMQ é determinar a função  $K$  adequada a cada situação. Para maiores informações sobre a função covariância a ser utilizada ver Moritz (1980, p. 80 a 87).

Uma aplicação da CMQ para integração de dados de diferentes bases, envolvendo gravimetria marinha, é apresentada por Leite et al. (1999).

### 3.5 PRÍNCÍPIOS DA TÉCNICA REMOVE-RESTORE (RR)

A técnica já consagrada de decomposição da altura geoidal aparece descrita na literatura de língua inglesa com a denominação de *Remove-Restore* ou *Remove-Compute-Restore*. Com a criação da *Geoid School* no ano de 1994, esta técnica vem sendo amplamente difundida em cursos oferecidos pela *International*

*Association of Geodesy* (IAG) em diversos países. No Brasil, a “Escola do Geóide” ocorreu no ano de 1997 (TOCHO; GUARRACINO, 2010).

O processo de decomposição da altura geoidal separa a ondulação geoidal em diferentes contribuições espectrais. Na prática, primeiramente se extrai das anomalias ar-livre a influência dos longos comprimentos de onda, provenientes do modelo geopotencial global, e os curtos comprimentos de onda, característicos da topografia, ambos sob a forma de anomalias gravimétricas. Essa primeira etapa, denominada de “remoção”, permite a geração das anomalias chamadas comumente de residuais (influência dos médios comprimentos de onda), que serão utilizadas no “cálculo” das alturas geoidais residuais, numa segunda etapa. O processo de “restauração”, numa terceira etapa, adiciona estas alturas geoidais residuais calculadas, às alturas geoidais do modelo geopotencial. O processo se completa com a adição do efeito indireto do terreno a estas alturas geoidais, transformando o então co-geóide, originado com base na segunda condensação de Helmert, no geóide. Este processo de remoção-cálculo-reposição pode ser resumido da seguinte forma (SIDERIS, 1997):

A etapa da remoção é dada por:

$$\Delta g_{res} = \Delta g^{AL} - \Delta g^{MGG} - \Delta g^{MDE} \quad (90)$$

onde:

$\Delta g^{AL}$  – anomalia da gravidade calculada

$\Delta g^{MGG}$  – anomalia da gravidade do Modelo Geopotencial Global

$\Delta g^{MDE}$  – anomalia da gravidade do MDE

Da anomalia da gravidade residual tem-se:

$$\Delta g_{res} \rightarrow STOKES \rightarrow N^{\Delta g_{res}} \quad (91)$$

Então se segue a etapa da restauração:

$$N = N^{MGG} + N^{\Delta g_{res}} + N^{MDE} \quad (92)$$

onde:

$N^{MGG}$  –do modelo geopotencial global

$N^{\Delta g_{res}}$  – alturas geoidais calculadas das anomalias da gravidade residuais

$N^{MDE}$  – alturas geoidais do MDE

Na figura 15, é demonstrado o processo de decomposição da altura geoidal, com os diferentes tipos de dados utilizados no cálculo do geóide interagindo sob a forma de resolução.

Em preto, está representado o modelo geoidal apenas sob o efeito dados do modelo geopotencial global. Em vermelho, está representado o modelo geoidal sob o efeito dos dados do modelo geopotencial quando adicionado os dados gravimétricos terrestres. Em azul, o modelo geoidal refinado, resultado da incorporação dos dados do MDE aos dados anteriores (SIDERIS, 1997).

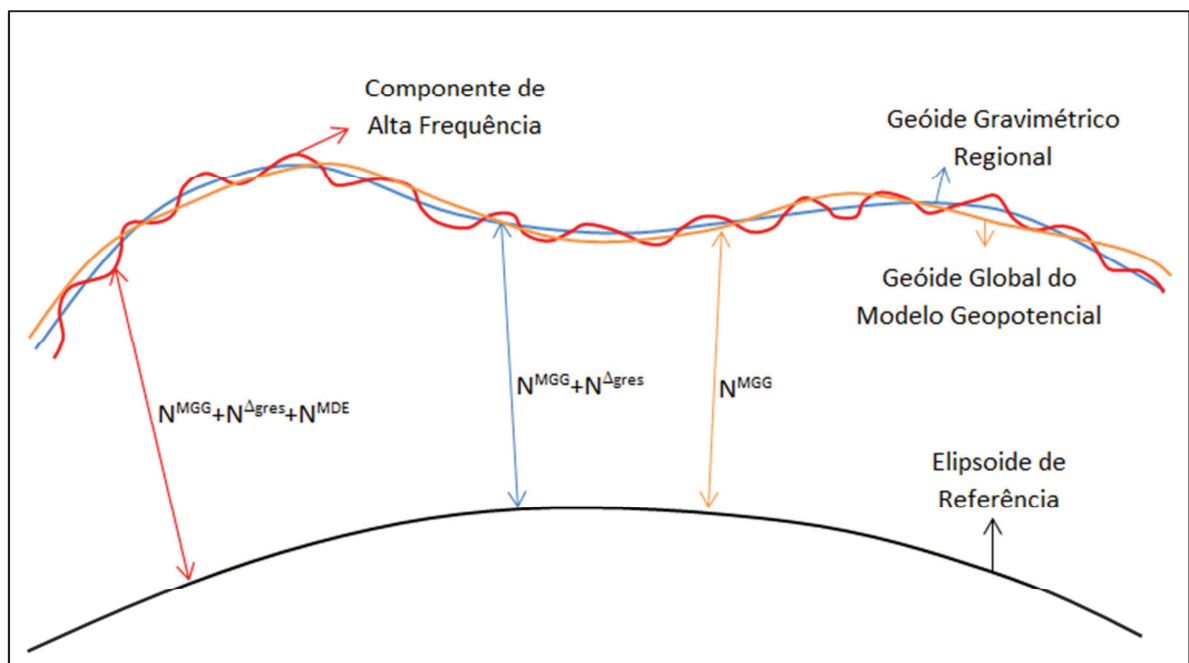


FIGURA 15 – DIFERENTES RESOLUÇÕES DO MODELO GEOIDAL  
FONTE: ADAPTADA DE SIDERIS (1997)

A divisão espectral dos modelos utilizados, conforme estabelecida pela equipe do LARAS pode ser observada na figura 16.

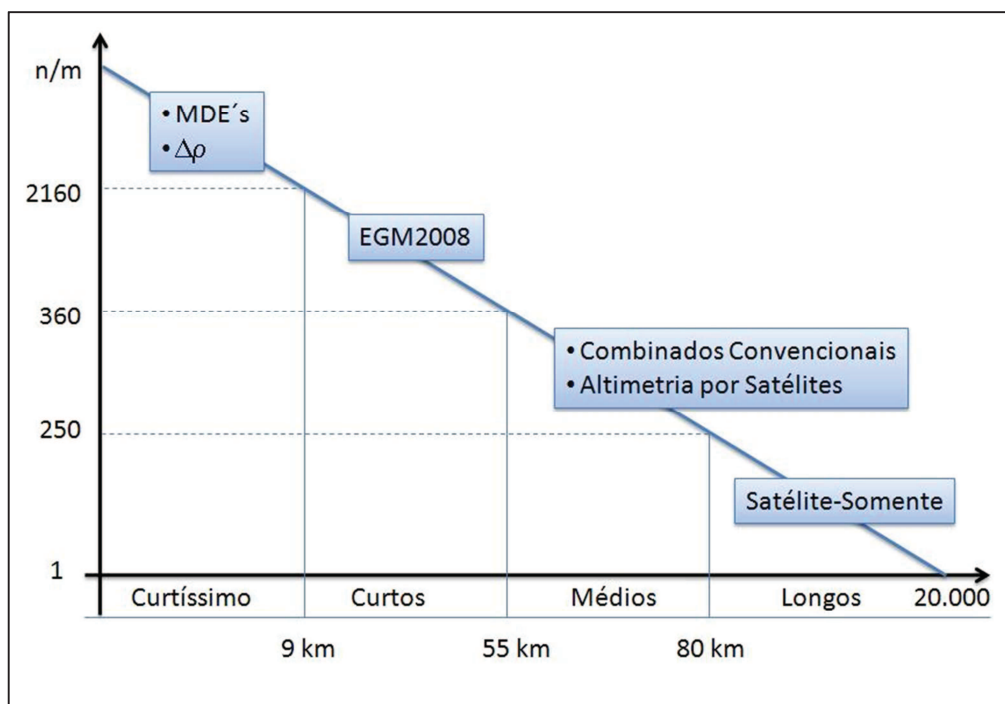


FIGURA 16 – CLASSIFICAÇÃO DAS RESOLUÇÕES ESPECTRAIS.

FONTE: LARAS (2011)

NOTA: As graduações dos eixos foram distribuídas de forma a facilitar a compreensão.

Segundo Tscherning et al. (2009), a solução da CMQ é dar o erro médio quadrático mínimo de uma forma muito específica, ou seja, como a média sobre todas as configurações de dados que, por uma rotação uniforme em torno do centro da Terra, pode ser mapeada entre si. Assim, se este deve funcionar localmente é necessário fazer todas as áreas da Terra parecerem semelhantes, analisando do ponto de vista do campo de gravidade. Este não é possível obviamente, mas pode ser alcançado até certo ponto, devido à utilização do método remove-restore. Isto é feito com base na remoção, cálculo e depois restauração. Assim obtem-se um campo que é estatisticamente mais homogêneo e suave do que antes.

Primeiro pode-se remover a contribuição do  $T_{EGM}$  do MGG conhecido, tal como o EGM2008 completo para os graus  $n$  e ordem  $m$  2159. Em segundo lugar, pode-se eliminar o efeito da topografia local  $T_M$  usando a técnica RTM. Isto resulta em um campo residual, com suavidade, em termos de desvio-padrão de anomalias da gravidade entre 50% e 25% menor do que o desvio-padrão original. A remoção e posterior restauração da contribuição de  $T_{EGM}$  tem ainda o efeito que informações sobre o campo da gravidade fora da área de dados está implicitamente considerado. (TSCHERNING, 2009, p.50).

### 3.6 APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (*FAST FOURIER TRANSFORM* - FFT) NO CÁLCULO DO GEÓIDE

Devido ao fato de que é muito demorado avaliar a integral de Stokes, muitas vezes faz-se necessário reduzir o tamanho da área de estudo, modificando o núcleo da função de Stokes. A idéia de princípio, devido à Molodenskii, é que o erro de truncamento cometido por limitar a área da integração das anomalias da gravidade terrestre a uma calota esférica pode ser reduzido através de uma modificação adequada do núcleo de Stokes. Usualmente, o aumento da área de integração propicia uma melhora nos resultados. Porém, este tipo de método aumenta os requisitos computacionais e não demonstra ser superior a simples técnica remove-restore (SIDERIS, 1997). As integrais:

$$N_P^{\Delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g}{l} dx dy \quad (93)$$

são chamadas integrais de convolução e prestam-se à avaliação por Técnicas de Transformada Rápida de Fourier (FFT), desde que os dados estejam na forma de grades regulares.

As integrais de Correção de Terreno podem também ser formuladas como integrais de convolução. Usando as propriedades da Transformada de Fourier, não há necessidade de demorados somatórios dos pontos, e na avaliação de integrais de convolução este processo é substituído por uma multiplicação muito eficiente no domínio das frequências (SIDERIS, 1997).

A FFT fornece uma rápida avaliação da convolução com dados na forma de malha, que é como normalmente se apresentam as informações de topografia (MDT) e de anomalias gravimétricas ( $\Delta g$ ). Na aproximação plana, a integral de Stokes e as integrais da correção do terreno são convoluções. Quando utilizamos a aproximação esférica, estas integrais são convoluções ao longo dos paralelos (GOLDANI, 2006).

Na aproximação plana, o primeiro termo da função de Stokes é dominante sobre os demais termos, permitindo a seguinte modificação do núcleo da integral de Stokes para evitar a indeterminação quando  $\psi \rightarrow 0$  (HEISKANEN; MORITZ, 1985):

$$\frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} \approx \frac{2}{\psi} \approx \frac{2R}{l} \quad (94)$$

$$R^2 d\sigma = dx dy \quad (95)$$

e a equação de Stokes:

$$N = \frac{R}{4\pi G_m} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (96)$$

se reduz a:

$$N_P^{\Delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g}{l} dx dy \quad (97)$$

$$l = [(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2]^{1/2} \quad (98)$$

onde x, y são as coordenadas planas dos pontos dados e  $x_P$ ,  $y_P$  são as coordenadas dos pontos de cálculo, E é a área plana à qual se restringe o cálculo.

Integrais da forma como se encontra a (97), onde se tem o produto de uma variável ( $\Delta g$ ), que é função de uma posição espacial, multiplicada por outra que envolve uma diferença de posições ( $1/l$ ), são denominadas integrais de convolução, pois a integração pode ser efetivada pela convolução (produto) das respectivas variáveis transformadas para o domínio das frequências.

### 3.6.1 Aproximação Plana da Integral de Stokes

Com a equação (97), a altura geoidal é calculada com anomalias gravimétricas para uma área E. Essa mesma equação pode ser expressa por aproximação plana pela seguinte integral de convolução em duas direções (SIDERIS, 1997):



$$N(x_P, y_P) = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g(x, y)}{\sqrt{(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2}} dx dy = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g'(x_P, y_P) * l_N'(x_P, y_P) \quad (99)$$

onde  $\Delta g' = F(\Delta g)$  é a transformada de  $\Delta g$  para o domínio das frequências e  $l_N$  é a forma plana do núcleo (kernel) da função de Stokes e  $l_N' = F(l)$  é a sua transformada:

$$l_N(x, y) = (2\pi)^{-1} (x^2 + y^2)^{-1/2} \quad (100)$$

A equação (97) é avaliada por duas transformadas diretas de Fourier, representadas por  $F$ , e uma inversa, representada por  $F^{-1}$ , tal como segue:

$$N(x, y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\{F\{\Delta g(x, y)\}F\{l_N(x, y)\}\} = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\{\Delta g'(u, v)l_N'(u, v)\} \quad (101)$$

### 3.6.2 Aproximação Esférica da Integral de Stokes

O erro introduzido pela aproximação plana da integral de Stokes tende a aumentar, quanto maior for a área considerada no cálculo. Tal erro pode ser evitado usando-se a integral de Stokes na forma esférica, conforme sugere SIDERIS (1997).

A integral de Stokes pode ser apresentada na seguinte forma (SIDERIS, 1997):

$$N(\varphi_P, \lambda_P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E \Delta g(\varphi, \lambda) S(\varphi_P, \lambda_P, \varphi, \lambda) \cos\varphi d\varphi d\lambda \quad (102)$$

Com as anomalias gravimétricas fornecidas na forma de malha, a equação (102) pode ser expressa como:

$$N(\varphi_l, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \Delta g(\varphi_j, \lambda_i) \cos\varphi_j S(\varphi_l, \lambda_k, \varphi_j, \lambda_i) \Delta\varphi \Delta\lambda \quad (103)$$

### 3.7 RESIDUAL TERRAIN MODELLING (RTM)

Os Modelos Globais do Geopotencial (MGGs), tais como o EGM2008, não representam os comprimentos de onda menores que  $\pi/n$  radianos, onde  $n$  é o máximo grau de desenvolvimento do MGG, no caso 5 minutos de arco ( $\approx 9,3$  km) para os graus e ordens 2159 do EGM2008. Este aspecto é denominado de erro de omissão de sinal ou de truncamento contido em cada modelo. Segundo Forsberg (1984), a topografia da Terra é a principal fonte dos sinais de alta frequência do campo de gravidade e suas características ocorrem em escalas mais finas que a resolução do MGG. Esta estrutura fina é uma das maiores fontes de perturbação às análises do geopotencial em regiões de transição oceano-continente.

Atualmente, pesquisas realizadas visando minimizar este erro de omissão mostram que a utilização da técnica RTM, conforme descrito na sequência, apresenta resultados satisfatórios na modelagem de alturas geoidais ou anomalias de altura residuais, principalmente em áreas montanhosas ou terrenos acidentados. Em tais regiões, as modelagens com Stokes e Molodenskii, associadas com RR, em geral são inviáveis (HECK; SEITZ, 2007; HIRT et al., 2010).

Existem duas formas que permitem a redução do erro de omissão de sinal:

- a) A metodologia mais comumente utilizada é a remove-restore conhecida pela modelagem do geóide/quase-geóide regional via integral de Stokes ou Molodenskii. De forma sucinta, a metodologia consiste em subtrair as anomalias da gravidade do MGG de um conjunto de observações de gravidade terrestre gerando assim anomalias gravimétricas residuais. Estas anomalias residuais são transformadas em alturas geoidais residuais ou anomalias de altitude residuais aplicando a integral de Stokes ou de Neuman-Koch e adicionadas ao MGG que contempla os longos e médios comprimentos de onda de anomalias de altura (HIRT, 2010).
- b) A segunda opção, em caso de terrenos acidentados é a técnica RTM que pode ser aplicada como fonte de modelagem de sinais

de alta frequência do campo gravitacional (Forsberg; Tscherning 1981; Forsberg 1984,1985). Na modelagem RTM, um Modelo Digital de Elevação (MDE) representando a topografia da Terra se refere aos curtos comprimentos de onda da superfície de referência. Esta etapa remove as componentes de baixa frequência do MGG. A transformação das elevações em anomalias de altura residuais RTM é realizada com fórmulas de obtenção do potencial gravitacional produzido por prismas.

Em uma região com cobertura suficiente de dados de gravidade terrestre, a opção (a) geralmente permite uma modelagem mais precisa da estrutura fina do campo da gravidade do que a abordagem RTM sozinha. Isto porque a técnica RTM (opção b) é normalmente estruturada na simplificação da distribuição de massas associada à topografia. Muitas vezes, um valor de densidade padrão é usado para o RTM, negligenciando assim os efeitos de eventuais variações locais de densidade de massa. Com as coordenadas de canto  $(x_1, y_1, z_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2)$  para um prisma simples, a expressão do potencial ( $V$ ) é dada por (NAGI et al. 2000):

$V =$

$$G\rho_0 \left[ xy \ln(z+r) + yz \ln(x+r) + zx \ln(y+r) - \frac{x^2}{2} \tan^{-1} \frac{yz}{xr} - \frac{y^2}{2} \tan^{-1} \frac{zx}{yr} - \frac{x^2}{2} \tan^{-1} \frac{yz}{zr} \right]_{x_1}^{x_2} \left[ y_1 \right]_{y_1}^{y_2} \left[ z_1 \right]_{z_1}^{z_2} \quad (104)$$

onde  $r$  é a distância entre os pontos  $(x,y,z)$  e a origem do sistema de coordenadas. Usando  $z_1 = 0$  e  $z_2 = z^{\text{RTM}}$ ,  $z_2 - z_1$  representa a elevação residual.

Neste desenvolvimento, a curvatura da Terra é representada por um deslocamento vertical do prisma em função da distância entre cada prisma e o ponto de cálculo RTM. Para a conversão do potencial  $V$  do prisma para anomalias de altitude  $\zeta$ , a fórmula de Brun's é aplicada:

$$\zeta^{\text{prisma}} = \frac{V}{\gamma_Q} \quad (105)$$

onde  $\gamma_Q$  é a gravidade normal no quase-geóide. A anomalia de altitude  $\zeta^{RTM}$  que forma o RTM é obtida pelo somatório das anomalias dos prismas via a seguinte fórmula:

$$\zeta^{RTM} = \sum_{i=1}^k \zeta^{prisma}(i) \quad (106)$$

Com  $k$  = número de prismas.

No presente trabalho, explora-se a aplicação desta técnica, porém no contexto de facilitar a integração de dados de áreas continentais e oceânicas, com base em distúrbios da gravidade e no contexto do PVCG fixado. Este aspecto não é explorado na literatura correlata.

### 3.7.1 Implementação do Cálculo de Anomalias de Altitude com RTM

Hirt et al. (2010), visando ao refinamento do quase-geóide na região dos Alpes, propuseram o estabelecimento do RTM pela diferença entre o SRTM30plus (que contempla resolução espacial de 90m) e o modelo digital de terreno DTM2006.0, em harmônicos esféricos, associado com o EGM2008, o qual contempla resolução de aproximadamente 9,3 km referente aos graus e ordens de desenvolvimento até 2159. Neste cálculo, o DTM2006.0 serve como um filtro passa-alta removendo os longos comprimentos de onda dos dados SRTM30plus, que são aqueles já contemplados no MGG. Os dados resultantes associam-se às estruturas do campo da gravidade exclusivamente menores que a resolução espacial do EGM2008.

Os dados do RTM, relativos a prismas de massa, são então transformados para anomalias de altura ( $\zeta^{RTM}$ ) usando o método de integração de prismas, conforme as (104 a 106).

A elevação residual SRTM30plus/DTM2006.0  $z^{RTM} = z^{SRTM} - z^{DTM2006.0}$  para cada ponto representa um prisma retangular de densidade constante  $\rho_0$  para cada potencial gravitacional  $V$  calculado.

As anomalias RTM têm resolução espectral além do nível máximo do EGM2008 representando assim, as estimativas do erro de omissão do EGM2008 no intervalo de 9,3 a 0,09 km.

## 4 TRATAMENTO DOS DADOS

### 4.1 ÁREA DE ESTUDO

Para a pesquisa em andamento no GPOLG, inicialmente centrada em uma área mínima de  $1^\circ \times 1^\circ$  em torno do DVB, foi decidida sua ampliação para  $5^\circ \times 5^\circ$  devido ao fato de que dados provenientes de gravimetria marinha são de grande importância para o aumento da resolução espectral de modelos tais como o DNSC08 principalmente em áreas costeiras, onde a altimetria por satélites perde resolução. Assim, uma área maior permite uma melhor fusão das anomalias da gravidade do modelo com aquelas oriundas da gravimetria oceânica. Outra razão é a de explorar os comprimentos de onda de modelos do geopotencial baseados unicamente em dados das plataformas orbitais. Na área alterada, existe uma razoável quantidade de linhas gravimétricas oceânicas, que podem ser utilizadas associadas com os demais dados existentes, principalmente os provenientes da altimetria por satélites e das missões gravimétricas visando à determinação de um geóide/quase-geóide local mais acurado.

A área utilizada para este estudo pode ser visualizada nas figuras 17 e 18.

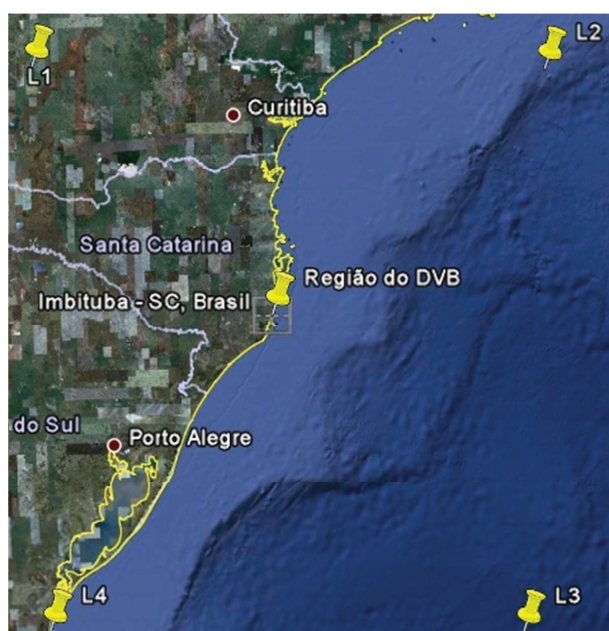


FIGURA 17 – IMAGEM DA ÁREA TESTE  
FONTE: A AUTORA (2011)

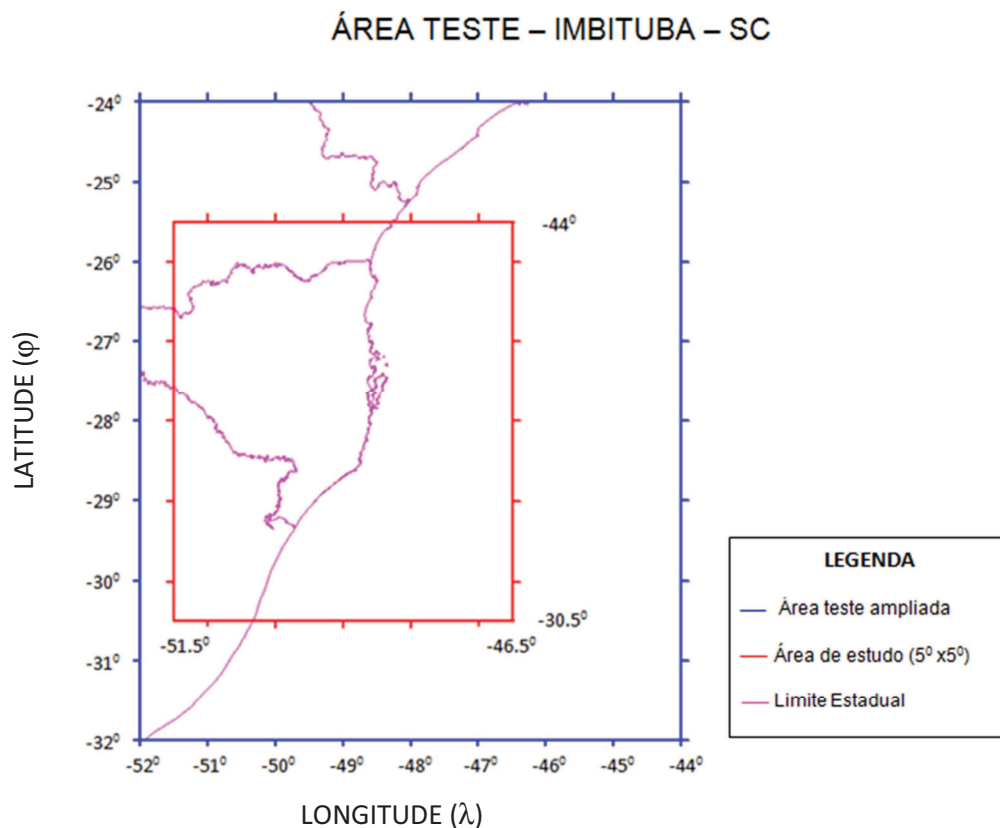


FIGURA 18 – ÁREA TESTE  
 FONTE: A AUTORA (2011)

## 4.2 ANÁLISES DE DADOS

### 4.2.1 Base de Dados Oceânicos

Para a integração dos subespaços oceano/continente, na solução do PVCG, considera-se serem fundamentais dados de gravimetria oceânica. Tal necessidade decorre do fato de que, na atualidade, dispõe-se de modelos globais de anomalias *free-air* da gravidade derivados da altimetria por satélites, conforme discutido na seção 1.1 e em consonância com DNSC (2010). Destaque-se, porém, que em geral apresentam perda de resolução em áreas costeiras. Tais modelos quando associados com o da MDT de resolução na ordem de poucos centímetros e dados de gravimetria marinha, permitem a obtenção de valores de anomalias da gravidade com grande consistência espacial. Isto decorre do fato de que modelos tais como o

DNSC08, mesmo que com resolução das anomalias da gravidade melhores que 0,1 mGal em áreas oceânicas abertas, possuem baixa resolução espectral em áreas costeiras. Assim, os dados de gravimetria oceânica cumprem um papel fundamental de permitir uma predição mais adequada das áreas costeiras bem como um aumento da resolução espectral. Estas melhorias são possíveis se os dados da gravimetria oceânica forem adequadamente associados com os dados oriundos da altimetria por satélites.

A referida associação dos dados da gravimetria oceânica com aqueles oriundos da altimetria por satélites é um processo complexo uma vez que envolve usualmente dados em referenciais e épocas diferentes, com diferentes correções e/ou reduções associadas e resoluções espaciais diversas.

#### 4.2.1.1 Tratamento dos dados oceânicos e compatibilização da gravimetria marinha com dados da altimetria por satélites

Um dos problemas centrais que está em discussão neste trabalho é o do tratamento e da compatibilização de dados, proveniente de diferentes fontes e em diferentes sistemas de referência. Assim, adota-se aqui o SGR80 (TORGE, 2001, p. 114 a 116) como sistema de referência a ser utilizado como base na fusão de dados dos subespaços oceano e continente, bem como dados de diferentes fontes, em referenciais locais ou globais. Cabe ser destacado que o SGR80 é base do SIRGAS2000, SGR atual no Brasil (IBGE, 2005).

Os dados obtidos de gravimetria marinha, envolvidos no presente estudo, têm seu tratamento descrito nas seções subsequentes, para a área de estudos de 5° x 5° em torno do *Datum* Vertical Brasileiro, em Imbituba – SC, área esta compreendida entre as latitudes 32°S e 24°S e longitudes 52°W e 44°W. Foram identificados como existentes 4817 pontos referidos ao Sistema de Referência Geodésico de 1967. Pormenores sobre este SGR podem ser obtidos em Torge (2001, p. 114 a 116). Tal identificação ocorreu via página do *International Gravimetric Bureau* (BGI) após extenso trabalho de busca junto a organismos e instituições brasileiras, sem sucesso. Os dados foram disponibilizados pelo BGI, e sua distribuição pode ser visualizada na figura 19 e 20.



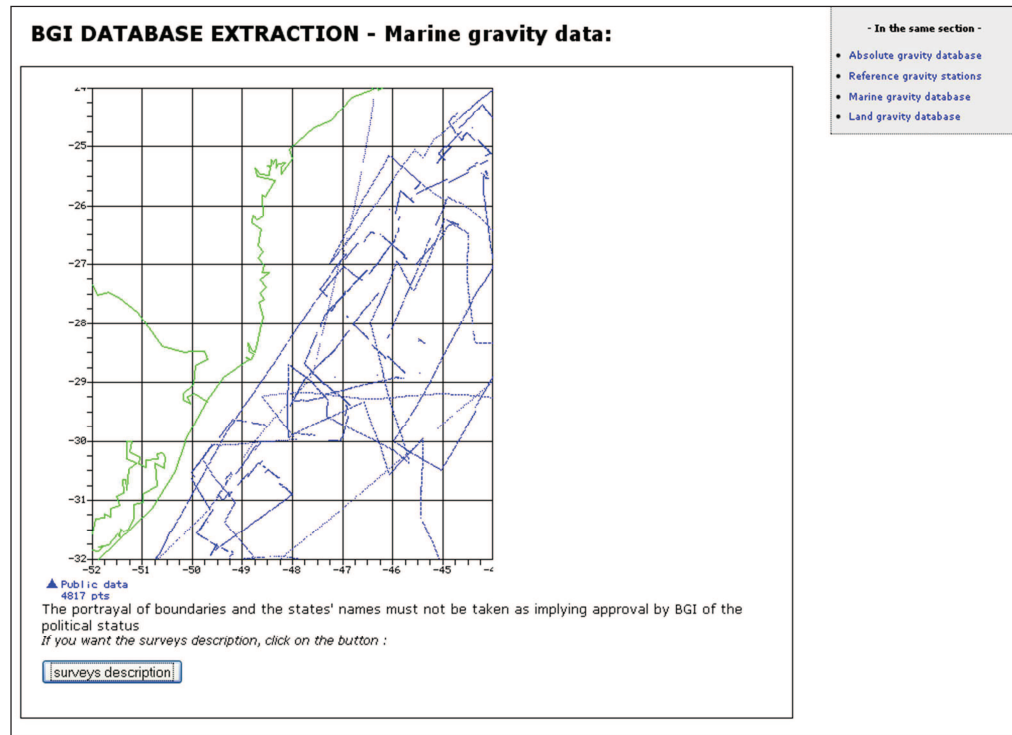


FIGURA 19 – DADOS DE GRAVIMETRIA MARINHA - PÁGINA OFICIAL DO BGI  
FONTE: A AUTORA (2011)

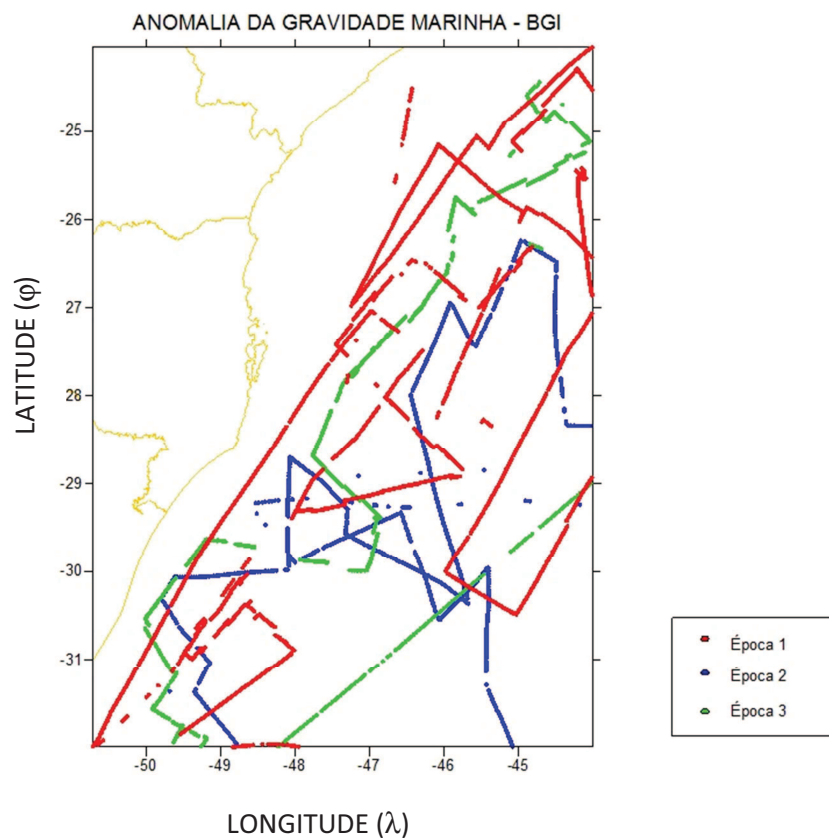


FIGURA 20 – DADOS DE GRAVIMETRIA MARINHA POR LEVANTAMENTO (ÉPOCAS DISTINTAS)  
FONTE: A AUTORA (2011)

Os arquivos do BGI vieram acompanhados por um programa de extração dos dados, os dados originais contêm informações referentes à latitude, longitude, gravidade e anomalia *free-air* da gravidade no SGR67 e sem a consideração da MDT, densidades e altitudes estimadas.

Inicialmente foram utilizados os dados de latitude, longitude e anomalia da gravidade referidas ao SGR67. Estes dados também passaram por uma análise estatística preliminar que será apresentada nos parágrafos seguintes.

Antes da utilização dos dados, estes passaram por um processo de análise preliminar. Esta etapa é importante uma vez que nesta pesquisa foram utilizados dados de diversas fontes, com diferentes precisões e resoluções, nas quais foram verificados valores máximos, mínimos e a média na região de estudos. Isto pode indicar, em princípio, dados com possíveis erros por afastamentos extremos. O resultado pode ser verificado na tabela 01.

TABELA 01 – ANÁLISE DOS DADOS NO SGR67

<b><math>\Delta g</math> (SGR67)</b>	<b>mGal</b>
Mínimo	-120,5
Máximo	507,9
Média	-4,94

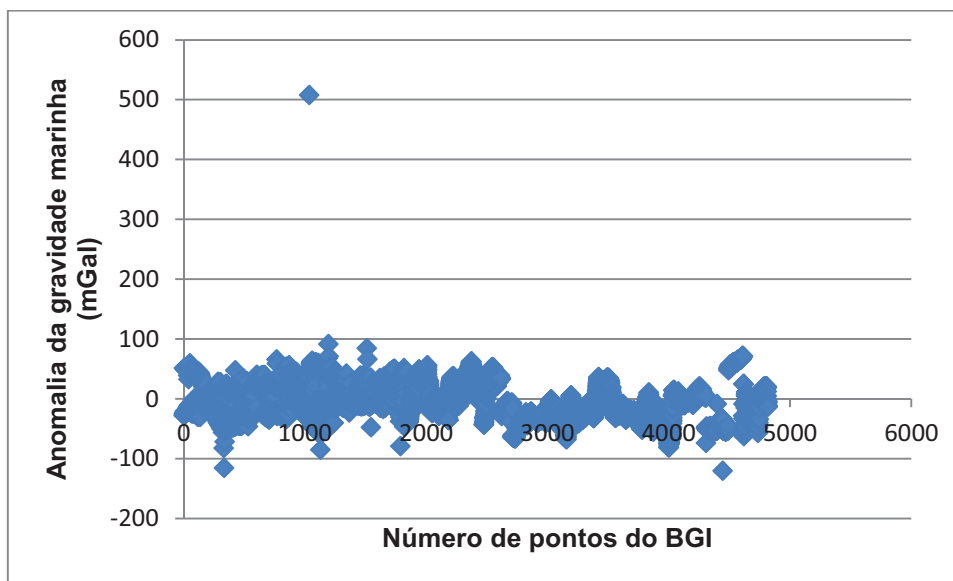
Analisando o primeiro conjunto de dados verificou-se a possível existência de erros grosseiros nos valores fornecidos. A discrepância entre os valores máximo e mínimo é muito grande, o valor de 507,9 mGal é inaceitável para a referida região de estudo, o que mostra a existência de erros grosseiros no arquivo original de dados do BGI.

Como se tratam de 4817 pontos coletados foi gerado um gráfico (Gráfico 01) para verificar o(s) possível(s) ponto(s) com valores no qual estão presentes estes erros. No gráfico pode-se detectar o valor que está causando esta dispersão entre o valor máximo e mínimo dos dados. Suprimido o único ponto, o conjunto de dados encontra-se variando no intervalo (-120 a 100 mGal), conforme a tabela 02. A presença do ponto anômalo pode ser visualizada no gráfico 01. Alguns outros pontos foram eliminados com valores nulos e valores muito distantes dos valores da média da região.

TABELA 02 – ANÁLISE DOS DADOS NO SGR67 SEM ERRO GROSSEIRO

$\Delta g$ (SGR67)	mGal
Mínimo	-120,5
Máximo	91,90
Média	-5,05

GRÁFICO 01 – DETECÇÃO DE ERRO GROSSEIRO NOS DADOS DO BGI



FONTE: A AUTORA (2011)

Os dados disponibilizados pelo BGI referem-se a três levantamentos distintos. Para uma melhor visualização dos possíveis erros existente as linhas correspondentes a cada levantamento foram separadas por épocas. Também, a separação dos levantamentos foi necessária para verificação de coerência da calibração dos gravímetros marinhos utilizados em cada campanha de levantamento. Os valores extremos e médio são também apresentados nas tabelas 03, 04 e 05. O resultado da separação pode ser visualizado nas figuras 21, 22 e 23 referentes, respectivamente aos denominados Levantamento 01, Levantamento 02 e Levantamento 03. Cabe destacar que os modelos apresentam distorções nas bordas devido ao processo de extrapolação de dados para locais onde não existem informações. Entretanto, nas regiões onde foi realizado o levantamento (região que contém os pontos que formam as linhas levantadas em épocas distintas) pode-se perceber que os modelos apresentam resultados coerentes.

### Levantamento 1 - Dados BGI

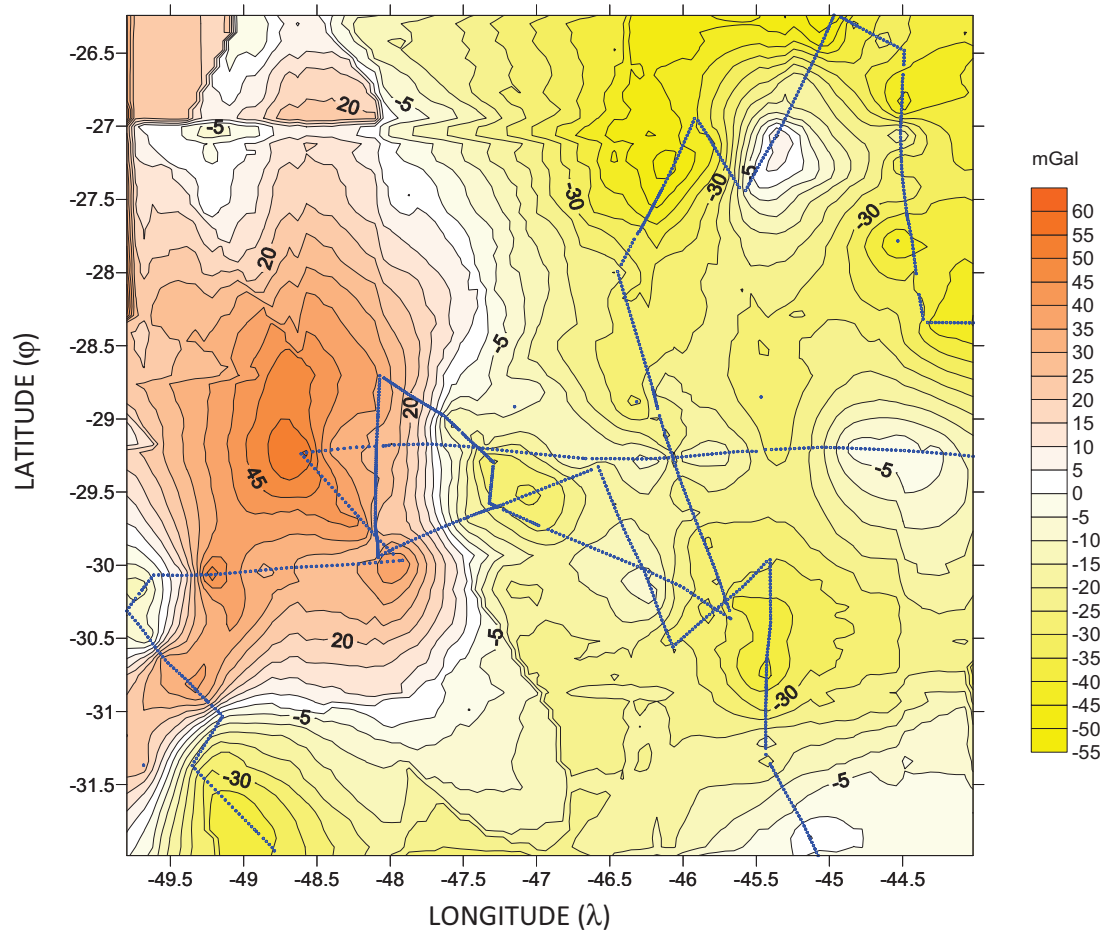


FIGURA 21 – ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 01  
 FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 03 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01

$\Delta g$ (SGR67)	mGal
Mínimo	-55,00
Máximo	56,42
Média	-11,74

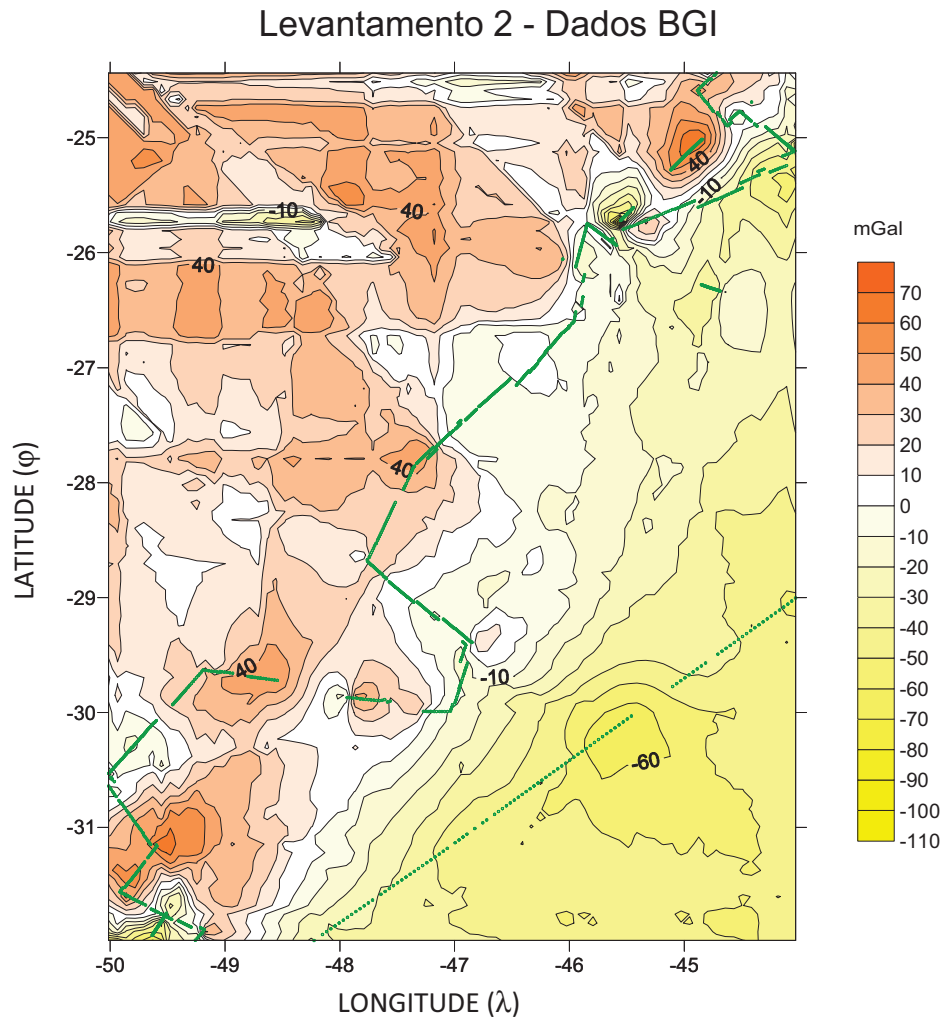


FIGURA 22 – ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 02  
 FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 04 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02

$\Delta g$ (SGR67)	mGal
Mínimo	-120,50
Máximo	91,90
Média	0,12

### Levantamento 3 - Dados BGI

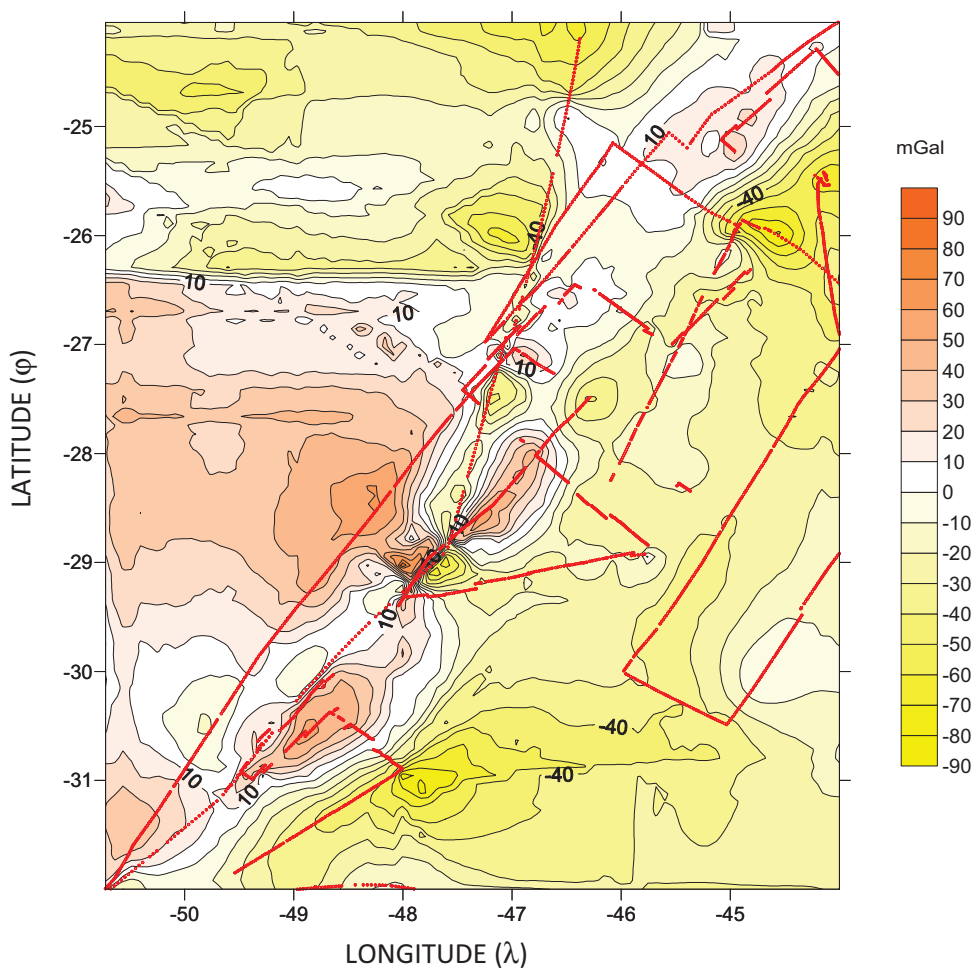


FIGURA 23 – ANOMALIAS DA GRAVIDADE MARINHA DO LEVANTAMENTO 03  
FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 05 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03

$\Delta g$ (SGR67)	mGal
Mínimo	-115,60
Máximo	65,80
Média	-4,93

Como os dados de interesse fornecidos pelo BGI estão referidos ao SGR67, depara-se aqui com a primeira necessidade de transformação entre referenciais, do SGR67 ao SGR80 adotado como base para este trabalho.

A transformação de dados da anomalia *free-air* da gravidade no sistema de referência SGR67 para SGR80 utiliza as seguintes fórmulas para a transformação (TOCHO, 2006):

$$\Delta g_{SGR80} = \Delta g_{SGR67} + \gamma_{SGR67} - \gamma_{SGR80} \quad (107)$$

Com a gravidade normal  $\gamma$  sendo dada para uma latitude  $\varphi$  por:

$$\gamma = \gamma_e(1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta' \sin^2 2\varphi) \quad (108)$$

ou

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (109)$$

Sendo, a equação (108) o Teorema de Clairaut e equação (109) a clássica fórmula de Somigliana. Ambas produzem resultados equivalentes.

Para o SGR67 e o SGR80 as constantes envolvidas podem ser visualizadas na tabela 06.

TABELA 06 – CONSTANTES GEODÉSICAS

Constantes	SGR67	SGR80
a – semi-eixo maior	6.378160 m	6.378137 m
b - semi-eixo menor	6 356 774,5161 m	6 356 752,3141 m
f - achatamento	1:298,247 = 0,003 352 9237	1:298,257222101 = 0,003
$\omega$ - vel. angular	72.921.151.467 x 10 <sup>-15</sup> rad/s	7 292 115 x 10 <sup>-11</sup> rad/s
$\gamma_e$ – gravidade normal no equador	978.031,845 mGal	978.032,67715 mGal
$\gamma_p$ – gravidade normal no pólo	983.217,730 mGal	983.218,63685 mGal

FONTE: HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 86).

Os dados originais das anomalias da gravidade marinha, antes da transformação entre os SGRs, passaram por uma correção atmosférica realizada pela equação (TORGE, 1989):

$$dg_{atm} = 0.874 - 0.9910^{-4}h[m] + 0.35610^{-8}h^2[m][mGal] \quad (110)$$

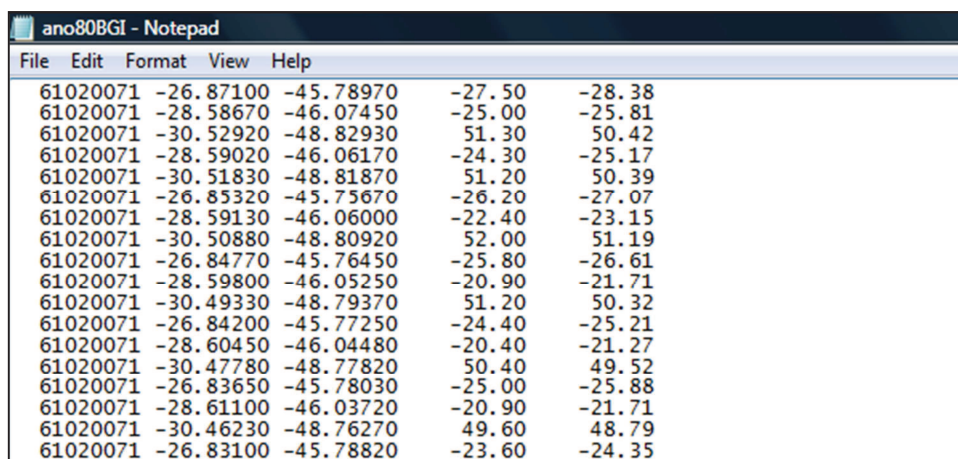
onde h é a altitude elipsoidal estimada expressa em metros.



Após a correção atmosférica a anomalia da gravidade *free-air* no SGR80, para este trabalho, pode ser calculada usando a equação:

$$\Delta g_{FA} = g + dg_{atm} - \frac{2\gamma_e}{a}(1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi)h + 3 \frac{\gamma_e}{a^2} h^2 - \gamma_{SGR} \quad (111)$$

Como resultado da transformação tem-se as informações referentes à latitude, longitude, anomalia *free-air* no SGR67 e no SGR80 como mostra parcialmente a figura 24. Cabe ser destacado que estas anomalias estão referidas ao NMM, entendido à época do levantamento sem redução ao geóide.



Station ID	Latitude (S)	Longitude (W)	SGR67 Anomaly (mGal)	SGR80 Anomaly (mGal)
61020071	-26.87100	-45.78970	-27.50	-28.38
61020071	-28.58670	-46.07450	-25.00	-25.81
61020071	-30.52920	-48.82930	51.30	50.42
61020071	-28.59020	-46.06170	-24.30	-25.17
61020071	-30.51830	-48.81870	51.20	50.39
61020071	-26.85320	-45.75670	-26.20	-27.07
61020071	-28.59130	-46.06000	-22.40	-23.15
61020071	-30.50880	-48.80920	52.00	51.19
61020071	-26.84770	-45.76450	-25.80	-26.61
61020071	-28.59800	-46.05250	-20.90	-21.71
61020071	-30.49330	-48.79370	51.20	50.32
61020071	-26.84200	-45.77250	-24.40	-25.21
61020071	-28.60450	-46.04480	-20.40	-21.27
61020071	-30.47780	-48.77820	50.40	49.52
61020071	-26.83650	-45.78030	-25.00	-25.88
61020071	-28.61100	-46.03720	-20.90	-21.71
61020071	-30.46230	-48.76270	49.60	48.79
61020071	-26.83100	-45.78820	-23.60	-24.35

FIGURA 24 – RESULTADO DA TRANSFORMAÇÃO ENTRE SGRs  
FONTE: A AUTORA (2011)

Os valores extremos e médios dos dados para o SGR80 podem ser visualizados na tabela 07. A comparação dos procedimentos realizados até o momento podem ser visualizados na tabela 08.

TABELA 07 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS NO SGR80

$\Delta g$ (SGR80)	mGal
Mínimo	-121,38
Máximo	91,03
Média	-5,87



TABELA 08 – TABELA COMPARATIVA NOS SGR67 E SGR80

$\Delta g$	SGR1967 (original)	SGR1967 (sem erro grosseiro)	SGR1980
Máximo (mGal)	507,9	91,9	91,03
Mínimo (mGal)	-120,5	-120,5	-121,38
Média (mGal)	-4,94	-5,0493	-5,875

Entretanto, estes dados precisam ainda ser reduzidos ao geóide. As *Alturas da Superfície do Mar* (ASM) ou topografia do mar (do inglês *Sea Surface Heights - SSHs*) são referidas ao elipsóide. A referida redução é efetivada via um modelo topográfico dinâmico médio da ASM (*Mean Dynamic Topography Model - MDT*), figura 25. No presente trabalho, deve-se especial atenção para evitar-se conflito nas nomenclaturas MDT (atualmente universal para *Mean Dynamic Topography Model* nos oceanos) como modelo digital do terreno muitas vezes utilizado no Português. Por isto, adota-se aqui a sigla MDE (*Modelo Digital de Elevação para o terreno*).

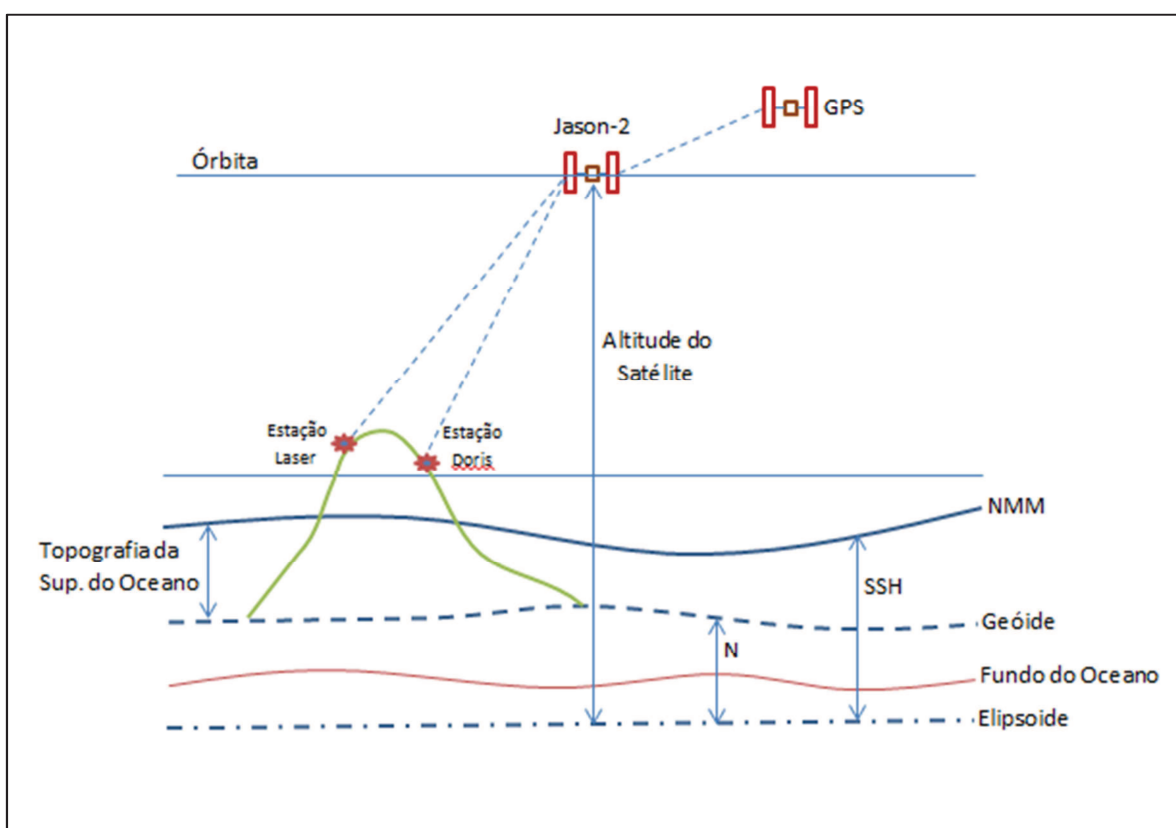


FIGURA 25 – TOPOGRAFIA DO MAR (*SEA SURFACE HEIGHTS*)  
 FONTE: ADAPTADO DE CNES (2011)

Esta redução é um importante passo para a determinação do geóide dito quase-estacionário. Esta etapa tem por base a avaliação da superfície de redução via um MDT em dada época. Tal superfície de redução é muitas vezes denominada simplesmente de geóide da altimetria por satélites. Também fundamenta a análise de outras grandezas associadas à determinação do campo da gravidade tal como a redução *free-air* das anomalias da gravidade oriundas da gravimetria marinha para o geóide. Negligenciando aquela redução resulta considerar-se erroneamente o NMM e o geóide como coincidentes. Uma vez que a Topografia do Nível do Mar quase-estacionária tem variações globais acentuadas na ordem de até  $\pm 2\text{m}$  (FU; CAZENAVE, 2001), como usualmente representadas em MDT, então é evidente que as referidas reduções ao geóide são obrigatórias para o PVCG se desejadas acurácias sub-métricas. Assumindo-se que o geóide é estacionário, podem ser calculadas as ondulações geoidais oriundas da altimetria por satélites como (TOCHO, 2006):

$$H_{\text{GEOIDAL}} = \text{SSH} - \text{MDT} \quad (112)$$

O MDT aplicado no presente trabalho foi o *Rio Combined Mean Dynamic Topography* – CMDT\_RIO5 (RIO E HERNANDEZ, 2004) apresentado na figura 26.

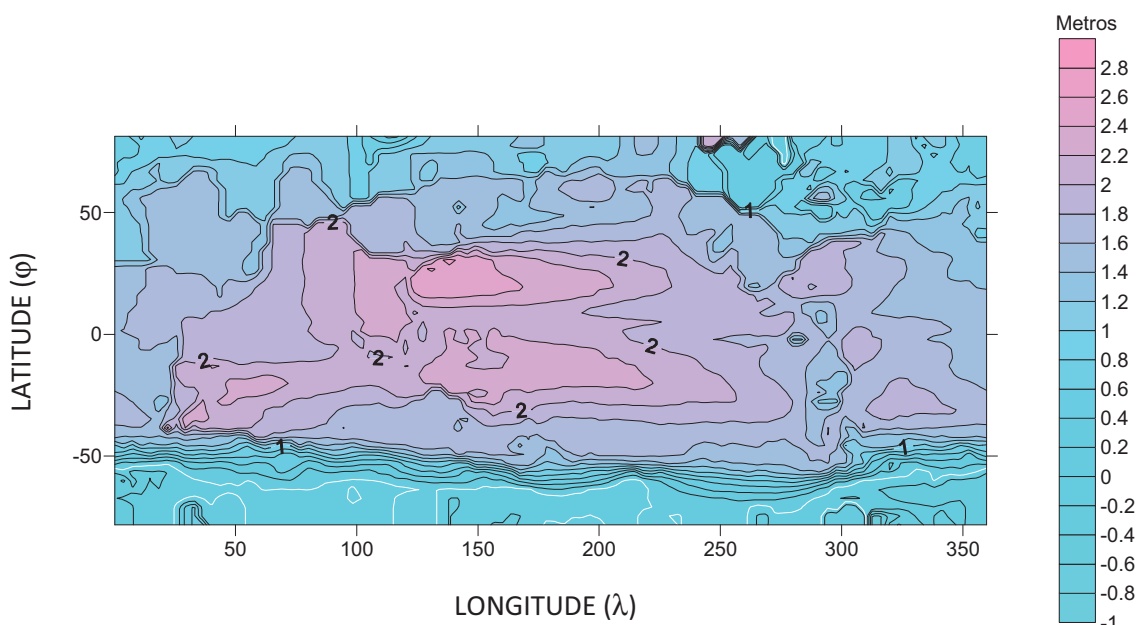


FIGURA 26 – MODELO GLOBAL CMDT\_RIO5 AVALIADO ENTRE 1993-1995, 1996-1998 E CONFIRMADO PARA 2001-2003  
FONTE: RIO; HERNANDEZ, 2004

Da mesma forma que para os dados da gravimetria marinha proveniente do BGI, foi realizada uma análise do modelo topográfico dinâmico global. Os resultados das análises das variações para o modelo global e para o modelo recortado para a área de estudo podem ser observados nas tabelas 09 e 10 respectivamente.

TABELA 09 – VALORES EXTREMOS E MÉDIO DO MODELO GLOBAL CMDT\_RIO5

<b>Modelo Global</b>	<b>h (m)</b>
Máximo	2,74
Mínimo	-0,80
Médio	1,45

TABELA 10 – VALORES EXTREMOS E MÉDIO DO CMDT\_RIO5 PARA ÁREA DE ESTUDO

<b>Modelo Global</b>	<b>h (m)</b>
Máximo	1,93
Mínimo	1,68
Médio	1,82

Para a interpolação usou-se um aplicativo o qual identifica qual é o valor correspondente dos pontos fornecidos pelo BGI no MDT adotado. Para realizar a interpolação foi necessário que os dados estivessem em formato de uma grade regular para poder ser comparado com o modelo global. Outro fator importante nesta etapa trata-se do fato que os dados só existem na parte oceânica sendo necessário excluir dados extrapolados para a parte continental, pois, são valores sem significado que, no entanto, podem causar distorções nos resultados.

O procedimento consiste em utilizar-se um modelo quase-estacionário com dados de altimetria, para obter valores da anomalia reduzida da superfície do mar ao geóide. Os resultados podem ser visualizados para uma amostra parcial na tabela 11.

TABELA 11 – AMOSTRA DOS RESULTADOS OBTIDOS DA INTERPOLAÇÃO (BGI)

RIO_em_BGI (m)	Correção na anomalia (F) (mGal)	Anomalia SGR80 (mGal)	anomalia_reduzida final (mGal))
1.886	0.582	-28.38	-27.798
1.896	0.585	-25.81	-25.225
1.742	0.537	50.420	50.958
1.896	0.585	-25.17	-24.585
1.741	0.537	50.39	50.927
1.889	0.583	-27.07	-26.487
1.896	0.585	-23.15	-22.565
1.741	0.537	51.19	51.727
1.888	0.582	-26.61	-26.027

Novos valores extremos e a média foram obtidos com o resultado da redução ao geóide e podem ser visualizadas na tabela 12.

TABELA 12 – ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS E MÉDIO APÓS A REDUÇÃO AO GEÓIDE

<b><math>\Delta g</math> reduzida ao geóide</b>	<b>mGal</b>
Máximo	91,57
Mínimo	-120,83
Média	-5,3137

Reduzidos os dados, foi realizada uma comparação entre os valores das anomalias *free-air* referidas ao NMM e os respectivos valores reduzidos ao geóide (vide tabela 13):

TABELA 13 – COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DAS ANOMALIAS FREE-AIR

<b><u>Anomalias <i>free-air</i></u></b>	<b><u>Min (mGal)</u></b>	<b><u>Max (mGal)</u></b>	<b><u>Média (mGal)</u></b>
SGR67	-120,5	91,9	-5,049
SGR80	-121,38	91,03	-5,875
SGR80 reduzida	-120,83	91,57	-5,314

A etapa subsequente é a de uma análise mais aprofundada da consistência dos dados BGI em termos de calibração. Para tanto as amplitudes para grandes comprimentos de onda associados às suas médias foram comparadas ao modelo DNSC08 e reduzidos à base deste modelo global de forma a eliminar inclusive efeitos remanescentes de marés permanentes.

O modelo global do campo da gravidade DNSC08 tem como objeto principal as anomalias da gravidade *free-air* sobre o oceano derivadas da altimetria por satélites. Associados, existem diversos modelos complementares tais como para a batimetria e o MDT. Para a porção continental, o modelo oceânico foi complementado com o Modelo Global do Geopotencial (EGM2008) (PAVLIS et al., 2008). Maiores informações sobre o modelo podem ser obtidas em Andersen et al., 2008 e DNSC(2010, 2011).

O modelo DNSC08 é uma atualização de modelos precedentes usando como referência o EGM2008. Suas principais características são:

- Resolução 1 minuto por 1 minuto (cerca de 1,8 km x 1,8 km no equador);
- Campo da gravidade marinha global;
- Melhorias para pequenas escalas, em regiões polares e de costa relativamente ao modelo precedente KMS2;
- Produtos disponíveis:
  - MSS (*Mean Sea Surface*) – DNSC08-MSS;
  - Batimetria derivada da altimetria – DNSC08-BAT;
  - Modelo Topográfico Dinâmico Médio – DNSC08-MDT;
  - Campo da Gravidade Marinha derivado da altimetria – DNSC08-GRA;

A partir deste ponto, o DNSC08-GRA, o principal do DNSC, será simplesmente referido no texto como DNSC08. Em vista da associação do DNSC08 com o EGM2008, seus dados são entendidos e já devidamente compatibilizados com o EGM2008 em um processo de sutura (ou fusão por continuidade) na transição oceano-continente, onde os satélites altímetros, base do modelo DNSC08, perdem resolução.

Para extrair os dados do modelo DNSC08 usou-se o programa específico disponível em DNSC (2010). O arquivo de saída contém as seguintes informações:

longitude; latitude; anomalia; e batimetria respectivamente (cf. apresentado na figura 27).

DNSCgrav.dat - Bloco de notas				
Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
308.00833	-24.00833	-48.681	348.750	
308.02500	-24.00833	-49.462	339.000	
308.04167	-24.00833	-49.888	334.000	
308.05833	-24.00833	-49.965	336.250	
308.07500	-24.00833	-49.688	345.000	
308.09167	-24.00833	-49.134	351.000	
308.10833	-24.00833	-48.383	352.250	
308.12500	-24.00833	-47.512	359.000	
308.14167	-24.00833	-46.394	374.750	
308.15833	-24.00833	-45.157	393.000	
308.17500	-24.00833	-43.992	410.750	
308.19167	-24.00833	-43.089	427.750	
308.20833	-24.00833	-42.639	444.750	

FIGURA 27 – ARQUIVO COM OS DADOS DO MODELO GLOBAL DNSC08  
FONTE: A AUTORA (2011)

O modelo de anomalia *free-air* da gravidade preliminar gerado com os dados extraídos do modelo global para a área de estudo pode ser visualizado na figura 28. Este modelo contém informações tanto da parte oceânica como da parte continental e, portanto, será utilizado também para validação dos dados.

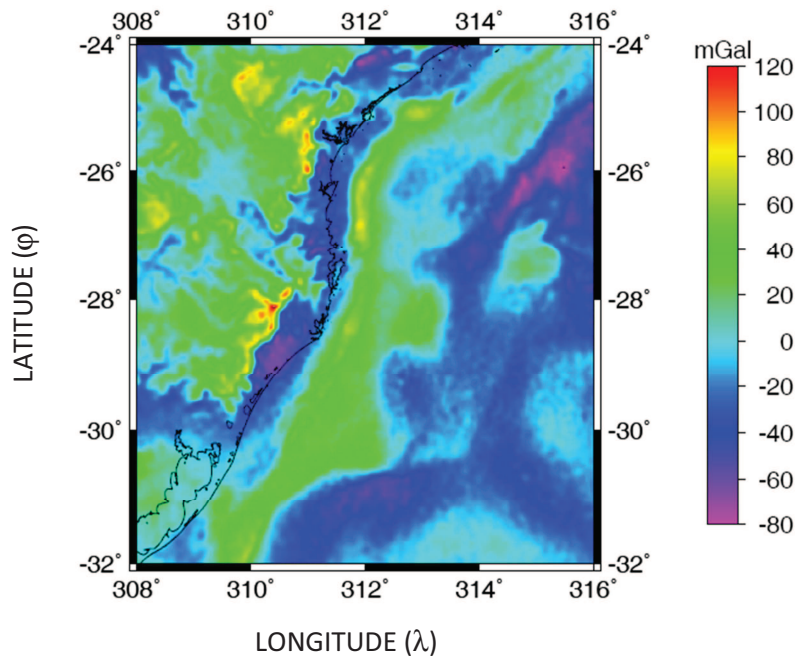


FIGURA 28 – MODELO PRELIMINAR DE ANOMALIAS *FREE-AIR* DA GRAVIDADE EXTRAÍDO DO MODELO GLOBAL DNSC08 PARA A ÁREA DE ESTUDOS  
FONTE: A AUTORA (2011)

Utilizando o modelo DNSC08, não é necessária a realização de todas as etapas de transformações e reduções descritas anteriormente para os dados

provenientes do BGI, visto que estes dados já estão referenciados ao SGR80. No entanto, os dados BGI estão supostamente no sistema “*mean tide*” em vista de seu vínculo inicial com a IGSN-71. Deve ser mencionado que nas aplicações atuais mais frequentes, o sistema “*zero tide*” deva ser adotado para a gravidade em conjunto com o sistema de maré média para deformações da crosta ou da superfície oceânica (DE FREITAS et al., 2007) tal como a expressa pelo MDT CMDT-RIO5 utilizada na redução dos dados do BGI e no DNSC08-MDT para a altimetria por satélites. Isto implica que os dados do DNSC08, oriundos da altimetria por satélites, salvo correção não expressa na documentação do modelo, estão, em princípio, no sistema “*zero tide*”, enquanto o EGM2008 e MAPGEO2010 estão no sistema “*tide free*”. Estes aspectos devem ser levados em conta na fusão, porém não são relevantes ainda nesta etapa para os dados originais do DNSC08 obtidos já em grade, na sua melhor resolução.

O processo inicia-se na interpolação com base nos dados fornecidos pelo modelo em grade do DNSC08 para os pontos correspondentes aos dados fornecidos pelo BGI. Este processo é importante para fazer a validação dos dados que estão sendo utilizados.

A análise estatística dos dados obtidos na interpolação com o modelo DNSC08 é apresentada na tabela 14.

TABELA 14 – AMOSTRA DOS RESULTADOS OBTIDOS DA INTERPOLAÇÃO (DNSC08)

<b>Anomalia DNSC08</b>	<b>mGal</b>
Máximo	62,32
Mínimo	-77,91
Média	-8,63

Após a conclusão dos dois procedimentos para obtenção, preparação dos dados (BGI e DNSC08), transformação entre referenciais e algumas análises preliminares fez-se um comparativo entre os valores das anomalias da gravidade do BGI e do modelo DNSC08. A diferença entre os dois conjuntos de dados gerou como resultados os valores com as estatísticas apresentadas na tabela 15.



TABELA 15 – RESULTADOS OBTIDOS NA COMPARAÇÃO DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08

BGI - DNSC08	mGal
Máximo	129,049
Mínimo	-91,856
Média	-2,94

A visualização da diferença obtida (BGI-DNSC08) é apresentada na figura 29.

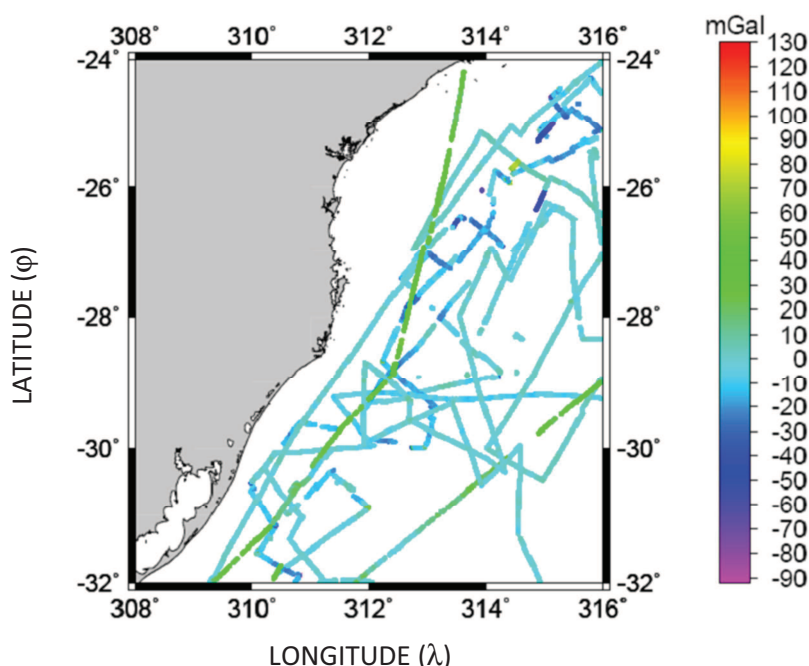


FIGURA 29 – DIFERENÇA ENTRE AS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08  
FONTE: A AUTORA (2011)

Observa-se que a maior parte das diferenças situam-se no intervalo de  $\pm 20$  mGal. Assim, valores com discrepâncias acentuadas referem-se a poucos pontos e devem ser investigadas para análise da base de dados.

Analisando a figura 29 com as diferenças entre os dados do BGI e do modelo DNSC08 (arquivo completo) pode-se verificar que existem trechos nos levantamentos 01, 02 e 03, compostos por linhas formadas pela sequência dos pontos coletados, que apresentam discrepâncias maiores nas anomalias. Tal fato, que é corroborado na interseção de linhas de levantamentos distintos, pode ser indício de calibração inadequada dos gravímetros nos levantamentos marinhos ou outros problemas relacionados com o equipamento e/ou embarcação bem como modelo de maré permanente utilizado, supostamente *mean tide* para os dados BGI,



vinculados à IGSN-71. A identificação e parametrização destas diferenças bem como a busca de sua eliminação é um passo fundamental na fusão de dados das duas bases.

Foram realizadas análises estatísticas de conjunto de dados contemplando as diferenças BGI-DNSC08 para os três levantamentos, considerados inicialmente em conjunto. Os resultados para a média e os valores extremos destes dados foram apresentados na tabela 15 nos parágrafos precedentes. Portanto, visando identificar estes pontos com possíveis influências destes efeitos e tentar eliminá-los, os três levantamentos foram separados e analisados individualmente.

As etapas subsequentes compreenderam os cálculos das diferenças entre os valores dos dados do BGI com os dados do DNSC08, individualmente para cada levantamento. Após o cálculo destas diferenças foi realizado o cálculo da média destas diferenças obtidas – denominada média 01. Com esta média 01 foi realizada uma nova diferença deste valor com os demais valores do BGI. Do resultado obtido foram calculados o erro médio quadrático (do inglês *Root Mean Square* - RMS) e a uma nova média, agora média 02, dos valores obtidos da subtração da média 01 e os dados do BGI para uma melhor avaliação.

Todo este processo foi realizado visando eliminar erros grosseiros que podem afetar sobremaneira os demais dados obtidos com qualidade e também visando eliminar eventuais efeitos remanescentes que prejudiquem a melhor compatibilização possível dos referenciais das anomalias BGI com aquelas do modelo global DNSC08. Estas anomalias, devidamente integradas em processo de fusão, consideradas suas diferenças de resolução espacial, posteriormente serão integradas aos dados de anomalias continentais visando a geração do geóide/quase-geóide considerando os dois subespaços oceano/continente. Os resultados obtidos para os três levantamentos estão apresentados nas tabelas 16, 17 e 18, respectivamente.

TABELA 16 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01 NO SGR80

<b>(BGI - DNSC08) – média 01(<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-2,3351
RMS	3,8669

TABELA 17 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02 NO SGR80

<b>(BGI - DNSC08) – média 01(<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-8,64887
RMS	25,6802

TABELA 18 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03 NO SGR80

<b>(BGI - DNSC08) – média 01 (<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-0,72627
RMS	13,4065

Análise da variabilidade dos dados foi feita para o índice de aceitação de 99%. Todos os dados de anomalias da gravidade marinhas com valores superiores a 3 x RMS (tabela 19) foram eliminados do conjunto de dados. O conjunto depurado é o que será utilizado para posterior integração com dados DNSC08.

Cabe ser destacado que usou-se o critério de 3 x RMS e não o de afastamento da mediana em vista de buscar-se preservar os aspectos de avaliação da calibração dos dados os quais certamente seriam afetados pela adoção da mediana.

TABELA 19 – ÍNDICE DE REJEIÇÃO DOS DADOS BGI

<b>Levantamento</b>	<b>3 x RMS</b>
1	11,60 mGal
2	77,04 mGal
3	40,22 mGal

Após a eliminação destes dados com valores superiores a tolerância (3 x RMS) estabelecida (203 pontos do levantamento 01, 157 pontos do levantamento 02 e 203 pontos do levantamento 03), o RMS dos mesmos diminuiu consideravelmente, apenas os valores do levantamento 02 não mostraram grande diferença. Logo, foi realizado um novo processo de filtragem considerando 2 x RMS. Eliminando este conjunto de dados os resultados foram satisfatórios. Os novos valores após a filtragem podem ser verificados nas tabelas 20, 21 e 22.

TABELA 20 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 01 FILTRADO

<b>(BGI - DNSC08) – média 01 (<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-0,98487
RMS	2,56105

TABELA 21 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 02 FILTRADO

<b>(BGI - DNSC08) – média 01 (<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-7,86386
RMS	17,66028

TABELA 22 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO LEVANTAMENTO 03 FILTRADO

<b>(BGI - DNSC08) – média 01 (<math>\Delta g</math>)</b>	<b>mGal</b>
Média 02	-2,13669
RMS	8,28074

Concluídas todas estas etapas o conjunto de dados referente às anomalias marinhas provenientes do BGI está pronto para ser utilizado nas próximas etapas que consistem na preparação dos dados continentais e posteriormente na geração do geóide/quase-geóide para a região de estudo. Porém, antes da etapa de tratamento dos dados continentais, foram realizados dois testes de fusão entre os dados do BGI e os dados do DNSC08. O primeiro teste foi realizado fazendo uma fusão “simples” apenas unindo em uma única tabela os dados filtrados do BGI e os dados do modelo DNSC08. A partir desta tabela foi gerado um modelo que pode ser visualizado na figura 30.

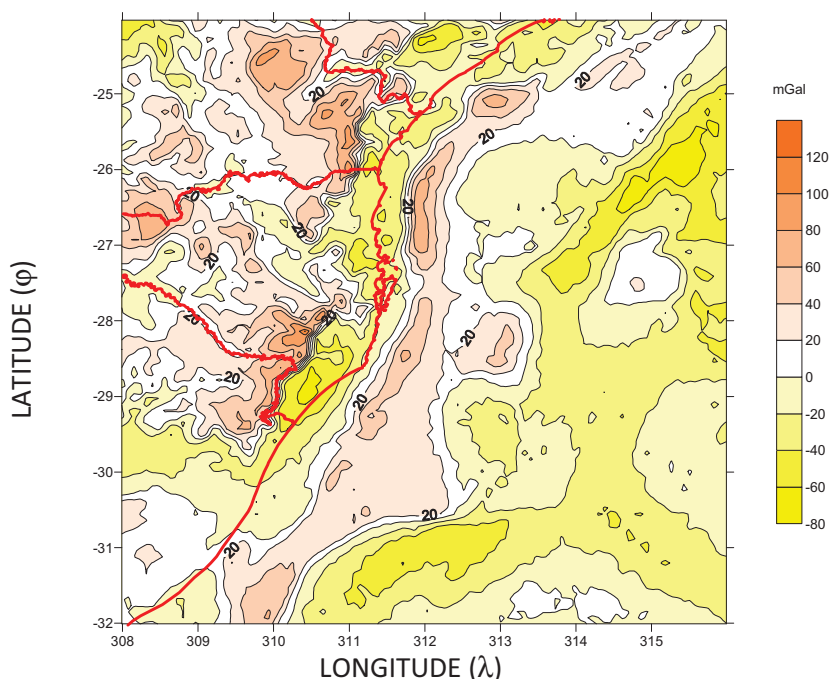


FIGURA 30 – FUSÃO SIMPLES DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08 (KRIGING)  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Um segundo teste consistiu em aplicar pesos aos dados, neste teste foi aplicando peso maior para os dados do BGI e peso menor para os dados do DNSC08. A definição dos pesos foi feita com base no desvio padrão estimado para cada fonte de dados. Enquanto os dados do DNSC08 têm resolução espectral adequada para comprimentos de onda de 2' no Equador, sendo estimado desvio padrão de 4,36 mGal (DNSC, 2010), os dados BGI são amostras pontuais com RMS estimado por análise *cross-over* de 1,7 mGal após eliminação de inúmeras possíveis fontes de erros em navegação, estabilização dos gravímetros empregados nos levantamentos marinhos e efeitos dinâmicos (TORGE, 1989). Desta forma, os valores para ponderação foram então adaptados, em vista das considerações precedentes, como  $(5 \text{ mGal})^{-1}$  para os dados oriundos do modelo DNSC08 e  $(2 \text{ mGal})^{-1}$  para os dados BGI. Os dados que estavam nos continentes foram eliminados no processo de cálculo sendo restaurados apenas após a ponderação. O resultado da fusão pode ser visualizado na figura 31 a seguir:

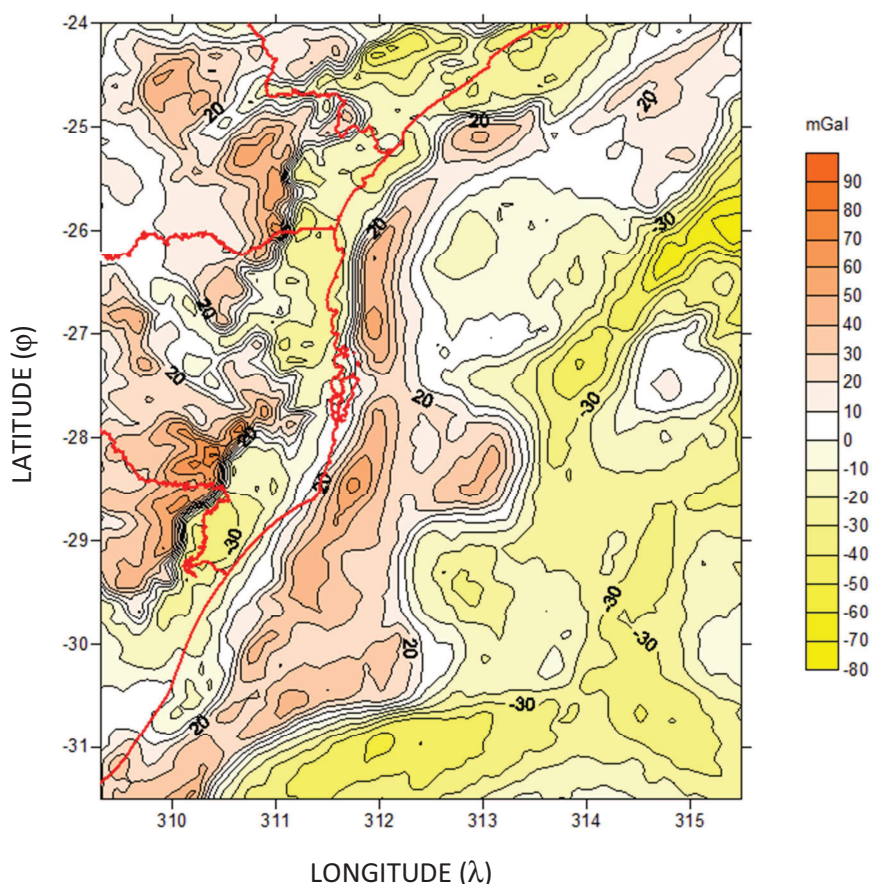


FIGURA 31 – FUSÃO PONDERADA DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE DO BGI E DNSC08  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Concluída mais uma etapa do trabalho, mais um teste foi realizado. No primeiro experimento foi realizada uma fusão simples (*kriging*), a segunda opção foi à fusão destes dados utilizando ponderações e uma terceira opção foi à fusão pelo método da CMQ.

Foi desenvolvida uma rotina para cálculos com base no método da CMQ. Inicialmente, uma parte dos dados do BGI, DNSC08 e do EGM2008 foi utilizada como amostra para os testes. Para este novo teste foram utilizados somente dados oceânicos envolvendo anomalias da gravidade do BGI e do modelo DNSC08 e dados de altura geoidal do EGM2008. A partir desta buscou-se a função covariância dos dados, esta inicialmente sem ajuste, porém com melhor aderência aos dados mais próximos. O ajuste foi realizado em um passo posterior. Como o resultado foi coerente com o esperado, esta rotina foi ampliada para qualquer número de dados de entrada, quantidades mensuráveis inter-relacionadas de diferentes tipos visando à determinação da função covariância que mais se adapta ao conjunto de dados utilizado. Para tal foi necessário gerar estas informações para o mesmo ponto. Este processo foi realizado manualmente, ponto a ponto, visando uma qualidade melhor para os dados do que se estes tivessem sido interpolados por grade. Posteriormente, foi feito um processo de filtragem eliminando pontos que aparentavam estar com valores discrepantes e somente após estas etapas, estes dados foram fundidos via rotina desenvolvida e determinada a função covariância deste conjunto de informações. Determinada a função, a etapa seguinte consistiu em ajustá-la, utilizando para tal testes com diferentes tipos de funções. Foram testadas as funções: polinomiais lineares, quadráticas, cúbicas e de ordens diferentes, foram também testadas as funções exponenciais, gaussianas e de Fourier. Os testes com as funções foram realizados visando à equação que melhor se ajustava ao conjunto de dados utilizados. O critério de escolha foi com base no gráfico e no valor do R-quadrado. Um valor de R-quadrado muito próximo de 1 indica uma forte relação entre as duas variáveis, apesar de a relação poder ser positiva ou negativa (MAGALHÃES et al., 2009). A função que apresentou melhor resposta foi a função de Fourier de 8ª ordem para estes dados oceânicos. O resultado pode ser analisado na figura 32.

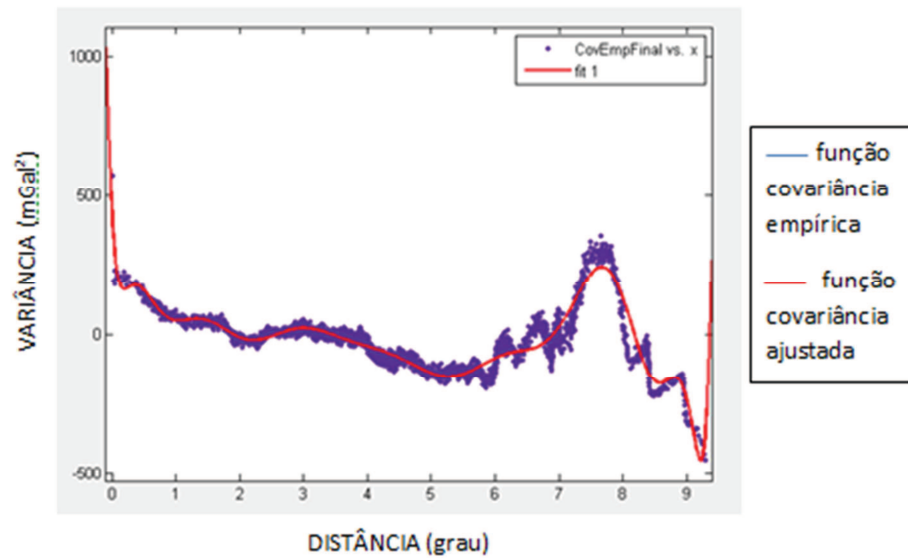


FIGURA 32 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA AJUSTADA DO DADOS DO BGI X DNSC08  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Definida a função covariância dos dados a etapa seguinte consistiu na predição destes dados utilizando uma rotina implementada para a função covariância ajustada e a verificação do resultado da fusão destes dois conjuntos. Os resultados obtidos bem como sua análise estatística podem ser verificados na figura 33 e na tabela 23.

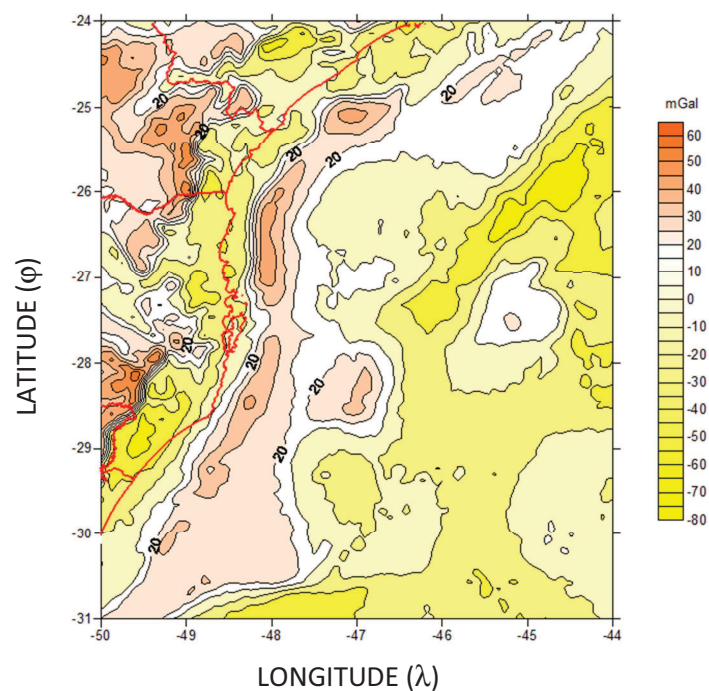


FIGURA 33 – FUSÃO POR CMQ DOS DADOS DO BGI E DNSC08  
 FONTE: A AUTORA (2011)



TABELA 23 – FUSÃO DOS DADOS DO BGI E DNSC08 POR CMQ – ANOMALIA DA GRAVIDADE

Fusão BGI – DNSC08 - $\Delta g$	mGal
Máximo	60,8439
Mínimo	-76,9091
Média	-9,8625

#### 4.2.2 Base de Dados Continentais

O conjunto de base para análises na área de estudos, considerada a porção continental, é do EGM2008, cujas informações de interesse extraídas são as anomalias *free-air* da gravidade, anomalias de altitude e alturas geoidais obtidas na página do *International Center for Global Earth Models* (ICGEM, 2011). A figura 34 apresenta o modelo gerado com as anomalias *free-air* para a área de estudos.

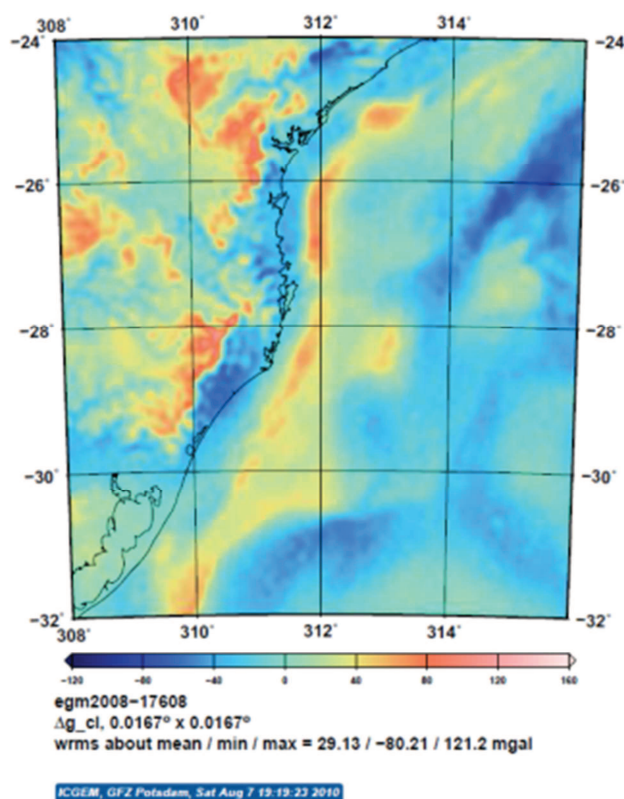


FIGURA 34 – DADOS DO MGG EGM2008 PARA A ÁREA DE ESTUDOS (ANOMALIAS FREE-AIR)  
 FONTE: ICGEM (2010)

Depois de gerada a grade, este modelo geopotencial é utilizado como base para avaliação de dados continentais obtidos de mensurações realizadas na área e como base para a solução via RTM e também para validar os dados do modelo DNSC08.

Geradas grades de mesmo espaçamento, do EGM2008 e do DNSC08, o procedimento para validação consiste em efetuar uma subtração entre elas (figura 35). Para que os valores sejam válidos para o trabalho, as diferenças devem estar próximas a zero na região continental, quando considerados comprimentos de onda maiores que a máxima resolução do EGM2008. Para evitar-se falsa modelagem, optou-se nesta análise de validação por resoluções espaciais de cerca de 9,3km, a qual corresponde ao desenvolvimento até o grau 2159. Esta tolerância em termos de resolução é estabelecida em vista da eventual existência de alguma discrepância em função das interpolações realizadas para obtenção das grades, bem como em função da própria resolução de cerca de 5' x 5' para o EGM2008 desenvolvido até o grau e ordem 2159. Também, cabe ser agora referido que foram efetivados diferentes testes para diferentes modelos de marés adotados. Constatou-se, tanto para a parte continental quanto oceânica que diferentes modelos de marés, para extração das grades do EGM2008, não implicam em mudanças notáveis nas grandezas extraídas para a resolução adotada nesta solução. Também, os efeitos de geração das grades merece discussão. Em geral, os valores das diferenças entre o EGM2008 e DNSC08 foram muito próximos de zero. Deve ser destacado que existem regiões continentais, com aparente ausência de dados gravimétricos, as quais devem ser melhor investigadas. O restante é condizente com o esperado uma vez que as diferenças encontram-se no intervalo de apenas  $\pm 2\text{mGal}$  e são menores que o desvio padrão estimado do modelo DNSC08 de 4,36 mGal já referidos e podem mesmo ser explicados pela amostragem em grade sobre diferentes bases de dados. O efeito de borda também pode ser visualizado nos modelos baseados em altimetria. A distorção das linhas de iso-valores se dá na região da costa, ou seja, limite oceano-continente, o qual é foco de estudos nesta pesquisa.



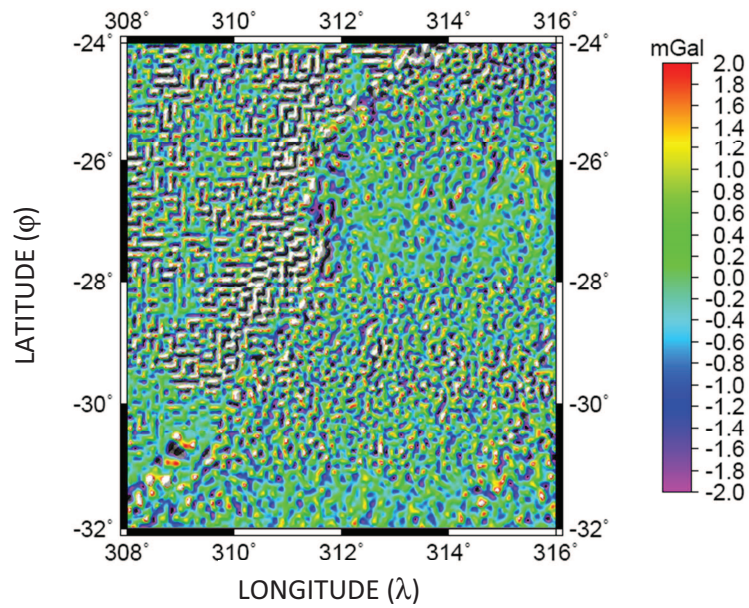


FIGURA 35 – DIFERENÇA ENTRE OS DADOS DE ANOMALIA FREE-AIR DA GRAVIDADE DO DNSC08 E EGM2008  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Na etapa subsequente foi realizada a validação dos dados do BGI com base no EGM2008. O procedimento realizado foi o mesmo que para a validação do modelo DNSC08, i.e., subtração entre as grades geradas para ambos os conjuntos de dados com mesmo espaçamento. O resultado obtido pode ser visualizado na figura 36.

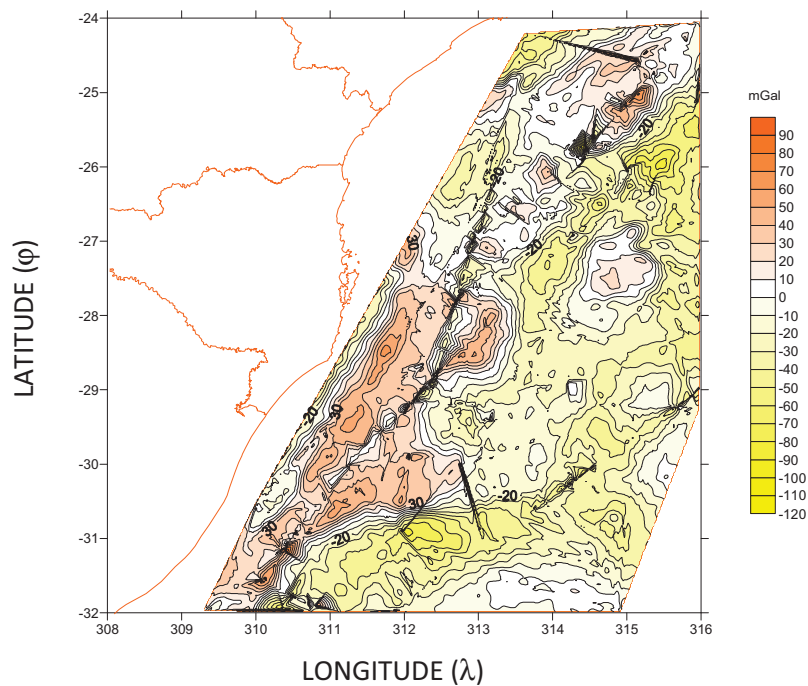


FIGURA 36 – DIFERENÇA ENTRE OS DADOS DO BGI E EGM2008  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Pode-se perceber que os valores das diferenças entre o EGM2008 e o BGI apresentaram maiores discrepâncias que os valores encontrados com relação ao DNSC08. Um dos motivos pode ser devido ao fato de que o EGM2008 utiliza como base da gravimetria oceânica um conjunto de anomalias *free-air* da gravidade obtidas de múltiplas fontes de dados, tais como MGGs de menor resolução espectral derivados do GRACE e LAGEOS, e altimetria e gravimetria aérea e marinha. Este conjunto de dados de base não tem distribuição e resolução tão uniformes como a do DNSC08.

#### 4.2.2.1 Dados de campanhas realizadas na região do DVB

Os primeiros dados que foram utilizados para a parte continental na região do *Datum*, foram os obtidos em 8 campanhas realizadas entre 2005 e 2008 pelo LARAS e dados de distúrbios da gravidade fornecidos pela Poli-USP. Foi formado um arquivo contendo dados coletados em campo durante as referidas campanhas. A base de dados continentais resultante contém informação de posição, “altitude ortométrica” e anomalias *free-air* e Bouguer e distúrbios da gravidade. Os dados gravimétricos estão referidos à IGSN-71 e, portanto, no sistema *mean tide*. Estes dados serão utilizados na fusão/integração visando a compatibilização dos dois subespaços (oceano-continente) passando pelas transformações, reduções e correções necessárias.

Da mesma forma que foram feitas análises sobre os dados oceânicos, para avaliar a coerência dos dados, faz-se necessário realizar o mesmo procedimento para a parte continental. Porém vale destacar que os dados do LARAS inicialmente são distúrbios da gravidade, já os da Poli-USP são anomalias da gravidade. A etapa subsequente, antes das análises estatísticas é a determinação das anomalias da gravidade a partir dos distúrbios.

A disposição dos dados na região do *Datum*, parte da área de estudo, pode ser visualizada na figura 37 (LARAS e Poli-USP):

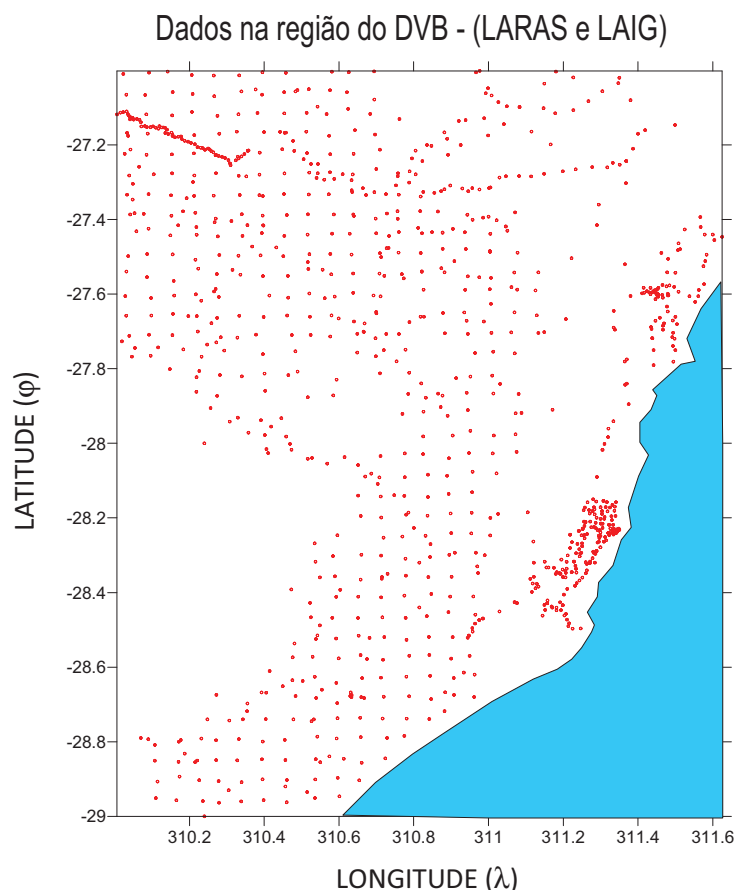


FIGURA 37 – DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DO LARAS E POLI-USP  
 FONTE: A AUTORA (2011)

O conjunto de dados (LARAS) foi inicialmente organizado com os dados provenientes dos levantamentos de campo, apresentando valores de gravidade em pontos distribuídos nas redondezas do DVB onde haviam informações sobre posição (latitude, longitude), altitudes elipsóidicas, altitudes normais-ortométricas eventualmente quando as estações gravimétricas coincidiam com RNs. Com estes dados foram calculados os distúrbios da gravidade de cada ponto. Posteriormente, foram obtidas as anomalias da gravidade tendo por base os distúrbios da gravidade e valores da altura geoidal oriundos do EGM2008. Foram também utilizados dados de anomalias da gravidade da Poli-USP.

As análises estatísticas das anomalias de gravidade (*free-air* e Bouguer) dos dados do LARAS, contendo informações sobre os valores extremos e médios, podem ser visualizados a seguir nas tabelas 24 e 25.

TABELA 24 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS CONTINENTAIS – FREE-AIR

<b>Anomalia <i>free-air</i></b>	<b>mGal</b>
Máximo	45,5
Mínimo	-65,84
Média	-21,33

TABELA 25 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS CONTINENTAIS – BOUGUER

<b>Anomalia <i>Bouguer</i></b>	<b>mGal</b>
Máximo	13,91
Mínimo	-94,31
Média	-52,99

Os dados das anomalias da gravidade do LARAS foram recalculados para esta pesquisa relativamente aos disponíveis de outros trabalhos precedentes visando-se à validação dos dados anteriormente convertidos com base no EGM96. Constata-se após a realização dos cálculos das anomalias e das comparações com seus valores originais nas bases de dados, que em todos os pontos do GPOLG existe uma variação de -0.70 a -0,73 mGal, o que pode ser devido as transformações com base em diferentes MGGs.

A distribuição de todos os dados continentais de anomalias *free-air*, inicialmente fazendo uma fusão simples, usando o interpolador *kriging*, sem ponderações, pode ser visualizada na figura 38.

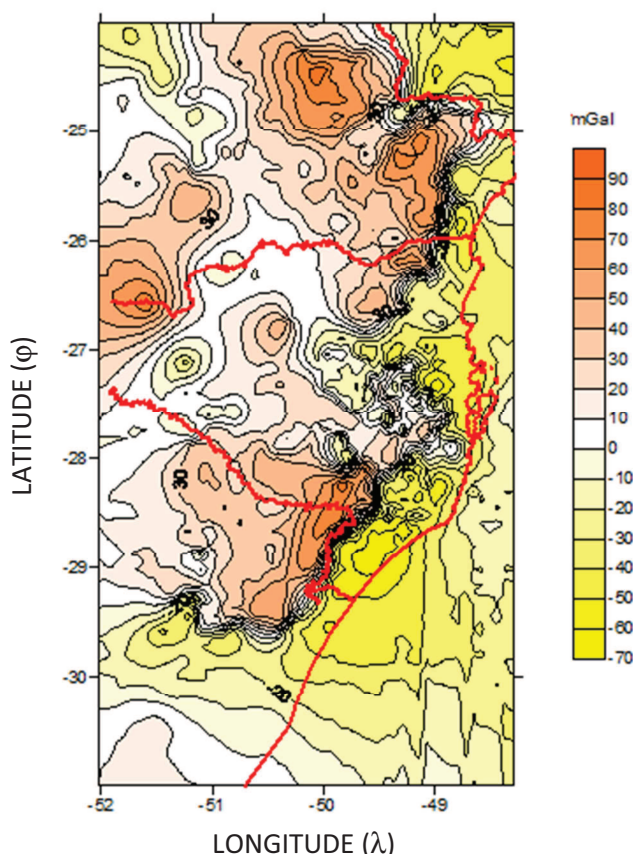


FIGURA 38 – CONJUNTO FINAL DE DADOS CONTINENTAIS (KRIGING)  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Da mesma forma que para os dados oceânicos, foi feita uma compatibilização dos dados continentais para o mesmo referencial, i.e., os dados com referencial local obtidos em campo foram transformados para o referencial do SGR80. Esta é uma fase importante da pesquisa visando à geração do geóide/quase-geóide com dados provenientes de diversas fontes e referenciais distintos.

#### 4.2.2.2 Correção do terreno

Para a correção do terreno foi utilizado o DNSC08-MDT. Dados de batimetria que contém informações na parte oceânica referente à profundidade não foram aplicados pois as anomalias da gravidade do DNSC08 já incorporam este efeito. Na parte continental foram utilizados MDEs com diferentes resoluções, em

função da metodologia empregada para determinação do geóide/quase geóide (e.g. o DTM2006.0 associado ao EGM2008 e o SRTM30plus no caso da técnica RTM tratada no Capítulo 5).

Nesta etapa do trabalho existem algumas questões que foram analisadas de forma minuciosa, pois os programas até aqui utilizados para o cálculo da correção do terreno utilizam, a princípio, em sua formulação, a densidade da crosta terrestre ( $2,67\text{g/cm}^3$ ) e não a densidade da água do mar ( $1,03\text{ g/cm}^3$ ). Também, o efeito da batimetria ainda não é considerado neste estágio. Relativamente às heterogeneidades maiores entre subespaços oceano e continente cabem as seguintes questões:

- a) Qual alternativa deve ser tomada para considerar de forma integrada cada uma das densidades?
- b) Desconsidera-se a parte oceânica fazendo uso de um filtro como mostra a figura 39 para a separação somente do MDE na parte continental?
- c) Considera-se um único modelo associando o MDE continental e a parte batimétrica, como na figura 40, o que levará a consideração da mesma densidade da crosta para a água?
- d) Ou, o que supõe-se mais viável, calcula-se separadamente a parte continental da parte oceânica e depois integra-se os dados com diferentes naturezas com base em uma técnica de fusão de dados?

Essas são algumas das questões que foram trabalhadas no desenvolvimento desta tese.

Com base em análises realizadas sobre o EGM2008 e DNSC08, constatou-se que estes modelos já incorporam em suas soluções a maior parte dos efeitos das densidades heterogêneas nas partes continentais e oceânicas. Logo, os efeitos das heterogeneidades nos cálculos de eventuais efeitos residuais não exige tanto rigor. Então, soluções conjuntas de efeitos residuais da parte continental e oceânica não devem configurar-se em prejuízo à qualidade da solução.

Como teste, utilizou-se o mesmo valor de densidade para os dois subespaços, resultando no modelo corrigido. O mesmo modelo mostra, inclusive, que um dos problemas mais significativos que normalmente ocorre quando se utiliza MDE é o efeito de borda e mesmo faixas (*strips*) decorrentes da aquisição de dados

na formação dos modelos. Efeitos de borda podem, eventualmente, serem evitados quando o recorte utilizado é maior que a área de estudo, caso contrário causa distorções. Porém, efeitos como os apresentados na figura 41 são praticamente inevitáveis quando se opera com dois subespaços e com base em modelos distintos que sofrem descontinuidades na linha de costa.

Deve-se estar atento ao trabalhar com estes dados visto que os modelos são grades. Logo, para se obter os valores  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nos pontos de observação é necessário uma interpolação a partir das grades. A etapa subsequente do trabalho é o processamento do geóide/quase-geóide.

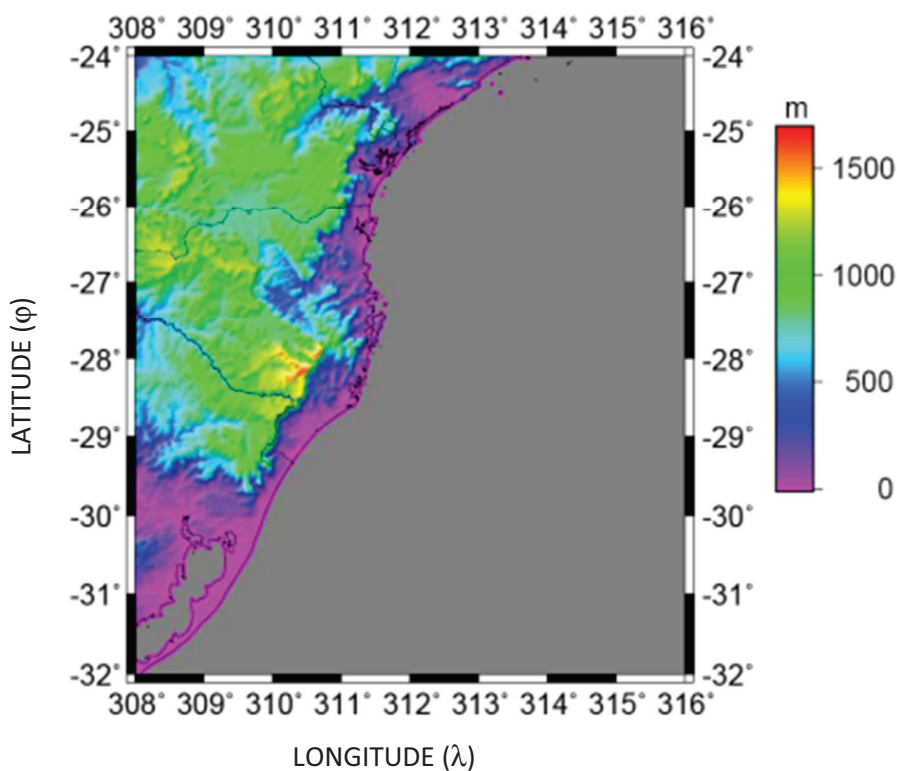


FIGURA 39 – DTM2006.0 FILTRADO – PARTE CONTINENTAL  
FONTE: A AUTORA (2011)



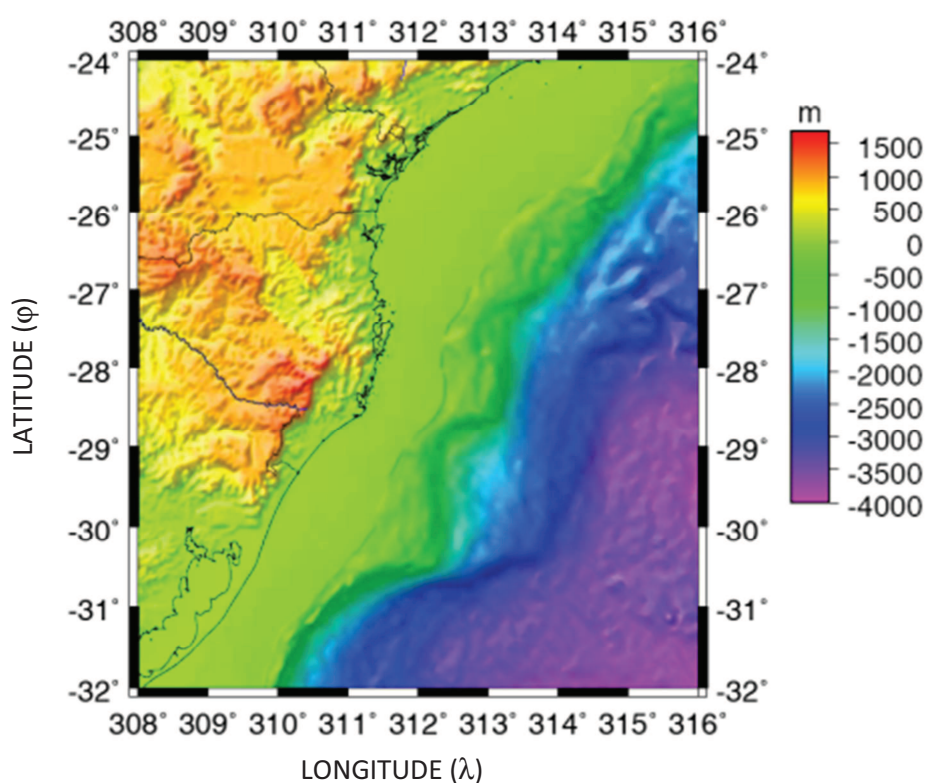


FIGURA 40 – DTM2006.0 – PARTE CONTINENTAL E OCEÂNICA  
 FONTE: A AUTORA (2011)

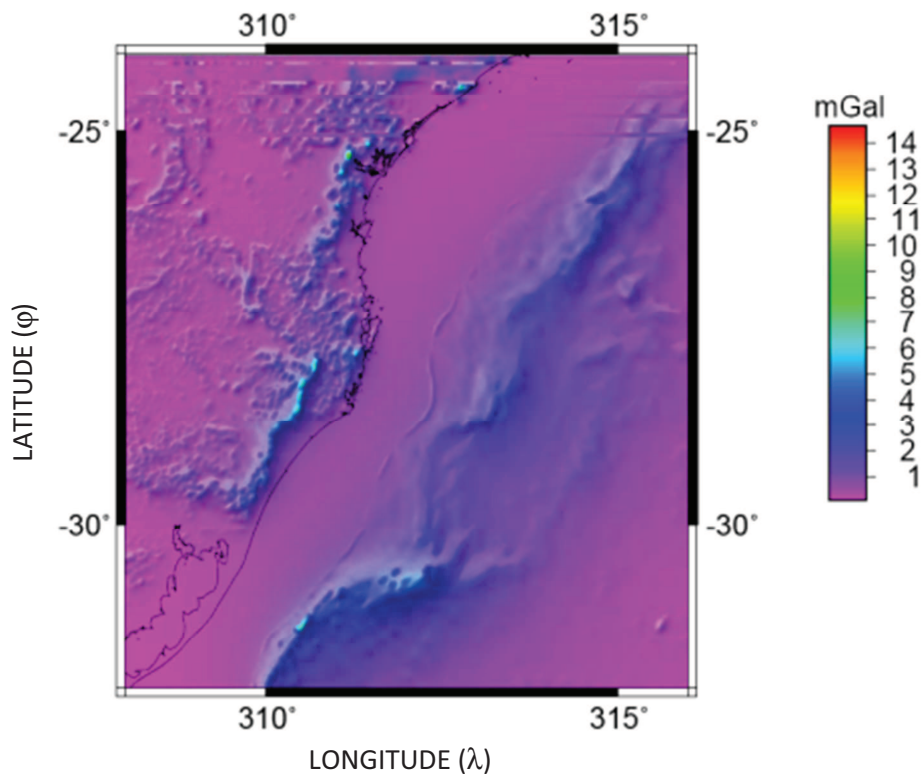


FIGURA 41 – CORREÇÃO DO TERRENO PARA A ÁREA DE ESTUDO  
 FONTE: A AUTORA (2011)



## 5 DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE/QUASE-GEÓIDE REFINADO COM AS TÉCNICAS RR COM FFT E RTM

Para a determinação da anomalia de altitude/altura geoidal bem como para a modelagem do geóide/quase-geoide na região do DVB foram adotados seis diferentes estratégias que são descritas nas seções a seguir.

### 5.1 CÁLCULO DAS ANOMALIAS PRELIMINARES PARA CADA ESTAÇÃO

Com os dados das campanhas realizadas pelo LARAS, organizados e preparados, utilizou-se nesta pesquisa uma rotina desenvolvida por Tocho (2006), a qual já fornece como resultado as anomalias *free-air* e as de Bouguer que serão utilizados na sequência, no procedimento de “*remove-restore*”.

Visto que os dados continentais são pontuais e que os dados oceânicos são apresentados em grades, deve-se ter o cuidado de recuperar as coordenadas dos pontos da grade onde são dadas as anomalias para seu posterior processamento em conjunto com os dados continentais.

A correção *free-air* consiste em reduzir o valor medido (ou conhecido) da gravidade em um ponto para outro ao longo da vertical desconsiderando a existência de massas entre os pontos. Em particular, no cálculo da anomalia *free-air* da gravidade deve ser considerada a redução da gravidade observada na superfície para a superfície do geóide, ao longo da vertical.

A camada de massa não considerada aumenta o valor da gravidade no ponto e, conseqüentemente, também da anomalia *free-air*, razão pela qual esta anomalia mantém uma correlação direta com a superfície topográfica e não é representativa para uma grande área. Esta dependência pode ser calculada e eliminada mediante uma regressão linear empírica, ou por uma redução topográfica, por exemplo, com a anomalia Bouguer (TORGE, 1989).

Calculadas as anomalias *free-air*, passou-se para uma segunda etapa que consistiu no cálculo das anomalias Bouguer para cada uma das estações. Segundo Gemaël (1999), a correção de Bouguer corresponde à remoção das massas

topográficas que se encontram acima do geóide. A anomalia de Bouguer é a obtida depois da aplicação da correção de Bouguer ao valor da anomalia *free-air*. A correção pode ser obtida na forma simplificada:

$$\Delta g_B = \Delta g_{FA} - 2\pi G\rho h \quad (113)$$

Porém, aqui se tem, novamente, o problema a ser discutido com relação às densidades ( $\rho$ ). As anomalias do subespaço continental foram calculadas com a densidade padrão de 2,67 g/cm<sup>3</sup>. Na parte oceânica os dados foram obtidos do DNSC08 cuja densidade real já foi considerada para os dois subespaços como citado nas seções anteriores.

Para que se possam usar dados do MDE e os valores das alturas geoidais ou anomalias de altitudes provenientes do modelo EGM2008 é necessário que estes dados de anomalias estejam também em formato de grade. A geração de uma grade de anomalias da gravidade é mais convenientemente executada se utilizadas as anomalias Bouguer, mais suaves e menos correlacionadas com a topografia. A partir desta grade gerada recuperam-se as anomalias *free-air* da gravidade conforme descrito na próxima seção. O procedimento é realizado usando o conjunto de rotinas da *Geoid International School* (IAG, 2008). A resolução dos dados é de 1' x 1'.

## 5.2 CÁLCULO DAS ANOMALIAS *FREE-AIR*

Esta etapa do procedimento consiste na obtenção dos valores das anomalias *free-air*, agora em grade, a partir das anomalias Bouguer calculadas e corrigidas anteriormente. A obtenção desta grade se dá por meio da equação:

$$\Delta g_{FA}^{grade} = \Delta g_{Bouguer}^{grade} + 2\pi G\rho h \quad (114)$$

Para obter as anomalias *free-air* destes dados é necessário aplicar a Correção do Terreno (CT) na parte continental e os dados do modelo DNSC08 para

a parte oceânica. Logo o resultado final das anomalias *free-air* foram obtidas na forma:

$$\Delta g_{FACT}^{gride} = \Delta g_{FA}^{gride} + CT \quad (115)$$

A determinação do geóide gravimétrico envolve a solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia, que pressupõe duas condições (GEMAEL, 1999):

- 1) as medidas gravimétricas deveriam ser “feitas” sobre a superfície geoidal;
- 2) não devem existir massas externas ao geóide.

A primeira condição é parcialmente atendida, fazendo uso da chamada correção *free-air*, que reduz o valor observado da gravidade ao geóide. Já a segunda condição pode ser parcialmente atendida com o método de condensação de Helmert, por meio do qual as massas topográficas são removidas (platô de Bouguer) e subsequentemente recolocadas no interior do geóide considerando as massas externas com uma densidade padrão (HOFMANN-WELLENHOF E MORITZ, 2005, p.129-154).

(Ibid, p. 129-154), como o platô definido possui espessura constante e equivalente a altitude da estação P, pode ocorrer massas no entorno desse ponto que não são consideradas ou que são removidas sem que existam. Para que esse problema seja resolvido e a anomalia de Bouguer refinada, é necessária a adição de uma componente devido às massas topográficas que não foram consideradas acima da estação P e uma componente para corrigir a massa incorretamente considerada abaixo desta estação.

Com esta etapa de correções e reduções de anomalias da gravidade findada, os procedimentos seguintes foram os correlatos a quatro experimentos principais, eventualmente desdobrados por mudança da técnica de fusão de dados ou de integração dos dados. Os seus resultados foram então comparados com os valores do EGM2008, em três modelos de marés permanentes, e o MAPGEO2010. Os experimentos centrais realizados foram:

- a) cálculo RTM sem gravimetria local utilizando apenas os modelos DTM2006.0, SRTM30plus e o EGM2008;

- b) cálculo RTM utilizando-se adicionalmente dados gravimétricos na região de estudos e integração numérica;
- c) solução gravimétrica do PVCG fixado; e
- d) solução gravimétrica clássica do PVCG livre.

Estes procedimentos serão apresentados com maiores pormenores nos parágrafos seguintes.

#### a) Cálculo do RTM – Solução sem gravimetria local:

Como citado na seção 3.8, os modelos globais do geopotencial (MGGs), tais como o EGM2008, não representam os comprimentos de onda menores que  $\pi/n$  radianos, onde  $n$  é o máximo grau de desenvolvimento do MGG, no caso 5 minutos de arco ( $\approx 9,3$  km) para os graus e ordens 2159 do EGM2008. Este aspecto é denominado de erro de omissão de sinal contido em cada modelo.

Visando minimizar este erro, como uma solução inicial do cálculo do efeito RTM utilizou-se o modelo de elevação de alta resolução SRTM30plus com resolução de 30" e o DTM2006.0 com resolução de 5'. Vale salientar que o DTM2006.0 já passou pelo processo de correção topográfica e do efeito indireto, conforme pormenores em Pavlis (2006). Neste cálculo, o DTM2006,0 serve como um filtro removendo os longos comprimentos de onda dos dados SRTM30plus, que são aqueles já contemplados no MGG. Assim, os dados resultantes (curtos comprimentos de onda) associam-se às estruturas do campo da gravidade exclusivamente menores que a resolução espacial do EGM2008.

A transformação das elevações em anomalias de altura residuais RTM pode ser realizada com fórmulas do potencial gravitacional por prismas e/ou por FFT como apresentado em seções anteriores. Neste primeiro experimento foi utilizada a formulação utilizando o domínio das frequências (FFT) e foram utilizados apenas dados dos modelos sem informações referentes à gravimetria local. O modelo de anomalias de alturas residuais do efeito RTM resultante, representando as estimativas do erro de omissão, pode ser visualizado na figura 42.

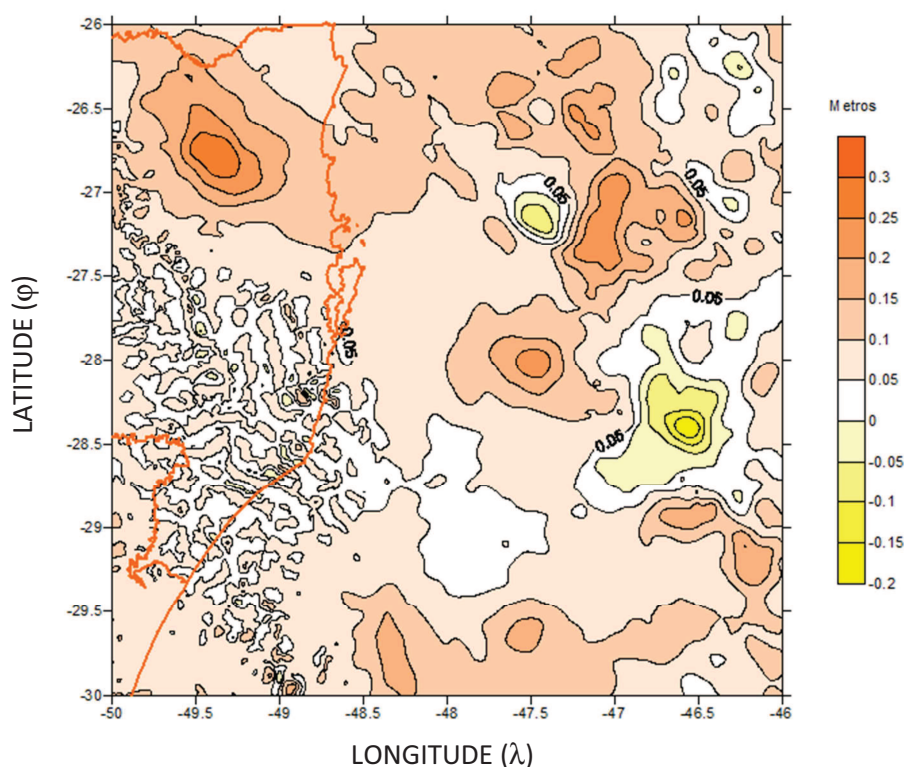


FIGURA 42 – MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE RESIDUAIS DO EFEITO RTM RESULTANTE  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Para uma verificação da variação destes dados foi realizada a análise estatística dos valores extremos e da média como efetuado em todos os modelos anteriores. O resultado pode ser analisado na tabela 26.

TABELA 26 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO EFEITO RTM SEM GRAVIMETRIA

Anomalia de altitude	Metros
Máximo	0,2810
Mínimo	-0,1920
Média	0,0827

Uma segunda etapa foi a obtenção de dados de anomalia de altitude do EGM2008. A estas anomalias foram adicionadas então as anomalias de altitude residuais do efeito RTM obtidos anteriormente visando reduzir o erro de omissão do MGG. O modelo das anomalias de altitude do EGM2008 pode ser visualizado na figura 43 e suas respectivas análises estatísticas na tabela 27.

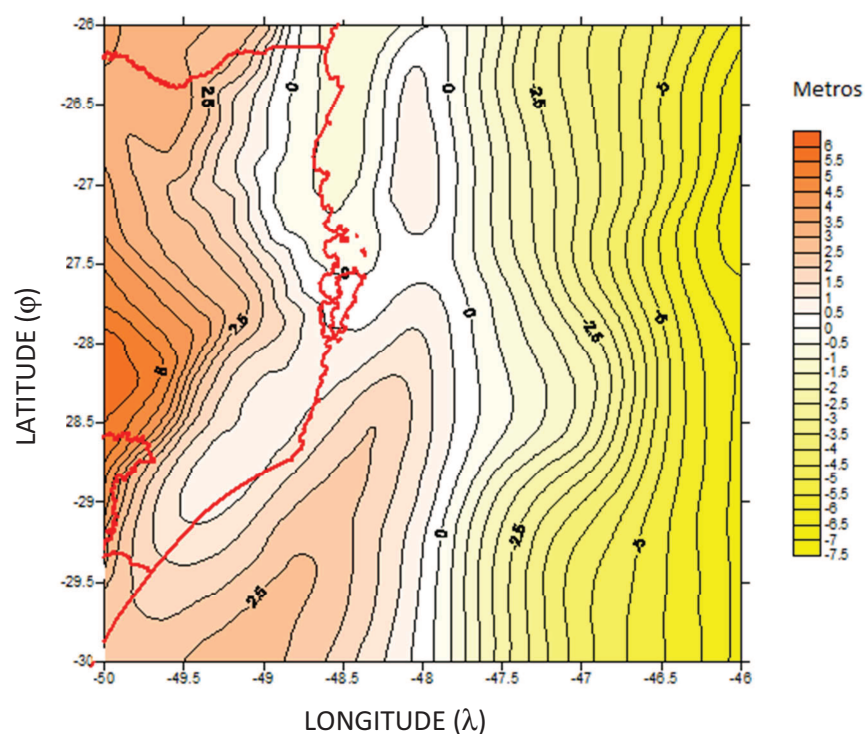


FIGURA 43 – MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008  
FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 27 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS DE ANOMALIA DE ALTITUDE DO EGM2008

Anomalia de altitude	Metros
Máximo	5,8225
Mínimo	-7,3770
Média	-0,7136

Com os dados obtidos pelo MGG e os dados resultantes do efeito RTM, pode-se chegar à primeira solução aproximada do cálculo do efeito RTM, porém, ressaltando que este resultado não contém dados de gravimetria local. A formulação utilizada para o cálculo é:

$$\zeta_{EGM2008\_APROX} = \zeta_{EGM2008} + \zeta_{RTM} \quad (116)$$

O resultado obtido foi um novo modelo contendo valores de anomalia de altitude do EGM2008 acrescido dos valores obtidos pela solução RTM, ou seja, um modelo corrigido contemplando os valores referentes aos curtos comprimentos de onda que não são inclusos no MGG (erro de omissão). As análises podem ser



visualizadas na figura 44 e tabela 28. Cabe destacar que como os valores obtidos no cálculo RTM são relativamente pequenos perto dos valores do EGM2008, as diferenças só podem ser visualizadas numericamente.

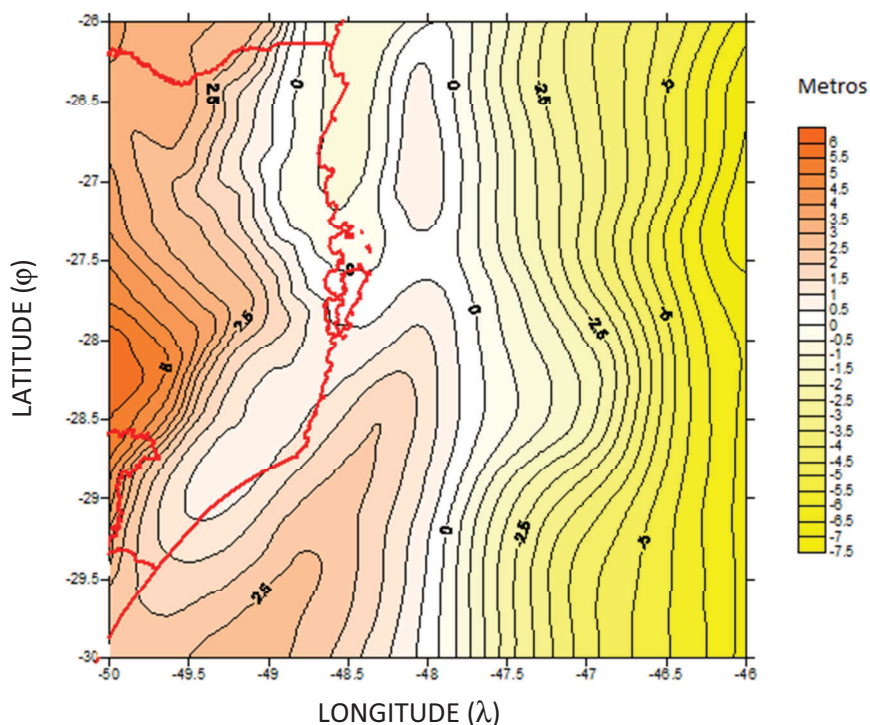


FIGURA 44 – MODELO DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008 E RTM  
 FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 28 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DO MODELO RESULTANTE DE ANOMALIAS DE ALTITUDE DO MGG E O EFEITO RTM

Anomalia de altitude	Metros
Máximo	5,9005
Mínimo	-7,3203
Média	-0,6309

Entretanto, para esta pesquisa, tem-se como objetivo a determinação destes valores para o DVB. Para este estudo, adotou-se como ponto de referência a estação IMBI (ou SAT91854 IBGE), cujas coordenadas em SIRGAS2000 são: 28 ° 14 ' 11,8080 " S, 48 ° 39 ' 21,8825 " W, 10,73 m, localizada no Porto de Imbituba-SC. Eventualmente, apresentam-se também resultados para a Referência de Nível (RN) 4X, considerada em muitos trabalhos como a principal referência altimétrica no Brasil. A escolha da estação IMBI e não da atual estação SIRGAS/RBMC IMBT foi feita, visto que a IMBI vem sendo ocupada repetidamente em levantamentos

realizados pelo LARAS, e muitas pesquisas têm resultados a ela referidos. O valor da anomalia de altitude obtido para esta estação via solução RTM sem gravimetria local, deve ser comparado com o valor fornecido pelo EGM2008 para o mesmo ponto, sendo que os resultados obtidos para ambos foram (tabela 29):

TABELA 29 – RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA FFT

Anomalia de altitude	Metros
Efeito RTM por FFT	0,0530
EGM2008	0,8091
Solução RTM + MGG	0,8621

Uma segunda abordagem do experimento foi realizada utilizando dados dos modelos (DTM2006.0 e SRTM30plus) e dados altimétricos adicionais obtidos em campanhas realizadas pelo LARAS em estações localizadas nas proximidades da região do *Datum*, porém ainda sem nenhuma informação gravimétrica. Estes agora foram processados utilizando as fórmulas do potencial gravitacional por prismas conforme apresentado na seção 3.7.

Nesta segunda abordagem do primeiro experimento, o efeito RTM, foi determinado para todas as estações que foram utilizadas nos levantamentos realizados pelo LARAS, porém aqui é de interesse apenas a estação IMBI. O resultado obtido pode ser observado na figura 45 que é o resultado do cálculo do efeito RTM decorrente das estações altimétricas obtidas pelo LARAS. Na tabela 31 estão sintetizados os resultados.

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda		
995	-28.43332	-48.85047	2.40	-0.0204		
996	-28.42893	-48.84301	7.40	-0.0148		
997	-28.43759	-48.83103	2.11	-0.0144		
998	-28.44028	-48.82919	3.50	-0.0146		
999	-28.44750	-48.81808	3.60	-0.0108		
1000	-28.44735	-48.80614	28.43	0.0006		
1001	-28.46139	-48.79697	2.40	-0.0022		
1002	-28.47260	-48.79005	2.29	-0.0026		
1003	-28.48250	-48.78419	2.90	-0.0005		
1004	-28.49694	-48.77502	2.80	0.0069		
1005	-28.49645	-48.75332	4.67	0.0163		
1006	-28.23661	-48.65608	11.84	0.0287	imbi	
1007	-28.23639	-48.65500	8.64	0.0249	4x	

FIGURA 45 – EFEITO RTM VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS  
FONTE: A AUTORA (2011)



TABELA 30 – RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS

<b>Anomalia de altitude</b>	<b>Metros</b>
Efeito RTM por prismas	0,0287
EGM2008	0,8091
Solução RTM + MGG	0,8378

Pode-se verificar com base nos resultados obtidos que existe uma discrepância de aproximadamente 3 cm, entre as duas soluções. A diferença encontrada é analisada e explanada com pormenores no capítulo 6 após a realização dos demais experimentos considerando os dados de gravimetria.

Esquemáticamente a solução por FFT e via potencial por prismas pode ser resumida na forma de fluxograma como mostra as figuras 46.

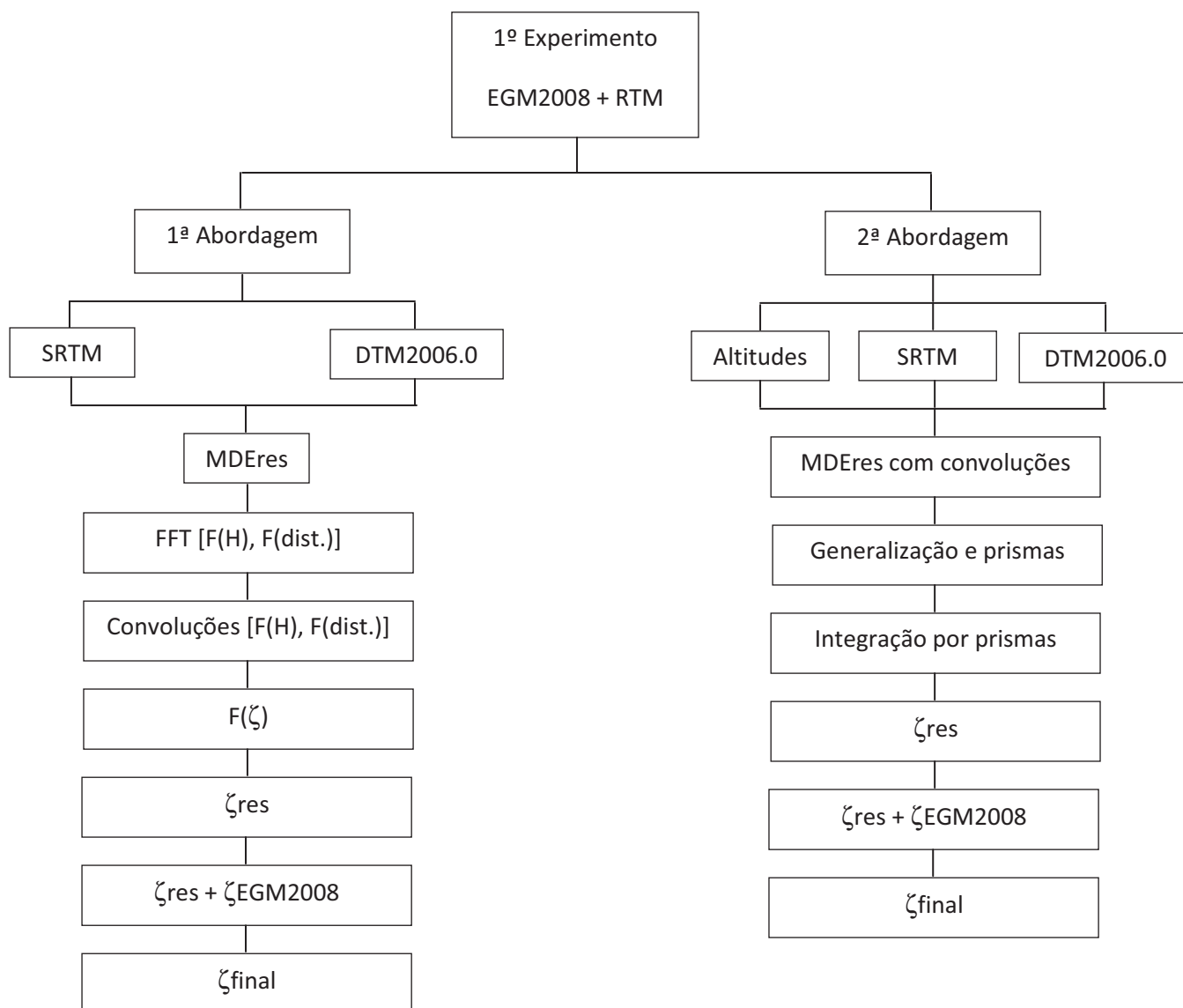


FIGURA 46 – FLUXOGRAMA EFEITO RTM VIA FFT E PRISMAS  
 FONTE: A AUTORA (2011)

b) Cálculo RTM utilizando dados gravimétricos e integração numérica:

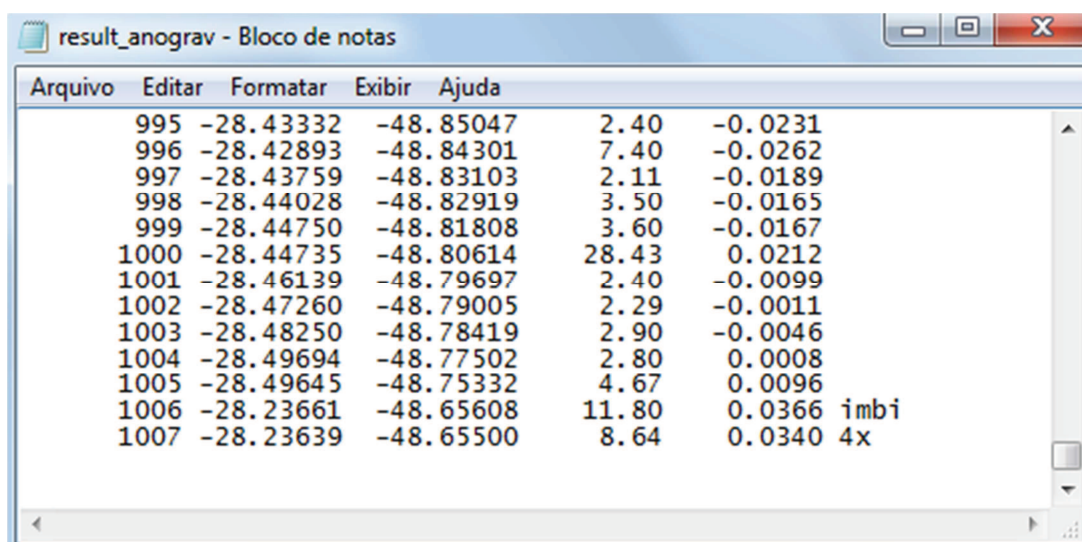
O segundo experimento realizado, foi o cálculo RTM utilizando agora informação gravimétrica e integração numérica para obtenção do valor de anomalia de altura para a estação IMBI e posterior comparação com as demais soluções.

Neste experimento foram utilizados dados dos modelos (DTM2006.0 e SRTM30plus), dados altimétricos adicionais obtidos em campanhas realizadas pelo LARAS em estações localizadas nas proximidades da região do *Datum* e os dados

gravimétricos obtidos para estas estações. Estes dados foram processados utilizando as fórmulas do potencial gravitacional por prismas conforme a equação:

$$\Delta g_{RTM} = G\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z=h_{ref}(x,y)}^{z=h(x,y)} \int \frac{z-h_p}{[(x_Q-x_P)^2 + (y_Q-y_P)^2 + (z_Q-z_P)^2]^{3/2}} dx_Q dy_Q dz_Q \quad (117)$$

Obtido o valor do efeito RTM agora utilizando as anomalias da gravidade, a etapa subsequente foi a obtenção do valor da anomalia de altura para este ponto via integração numérica. O resultado obtido para as estações, porém aqui a de interesse sendo a estação IMBI pode ser observado na figura 47 onde as colunas são respectivamente: ID, latitude, longitude, altitude e efeito RTM. Na tabela 30 estão sintetizados os resultados.



Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda		
995	-28.43332	-48.85047	2.40	-0.0231		
996	-28.42893	-48.84301	7.40	-0.0262		
997	-28.43759	-48.83103	2.11	-0.0189		
998	-28.44028	-48.82919	3.50	-0.0165		
999	-28.44750	-48.81808	3.60	-0.0167		
1000	-28.44735	-48.80614	28.43	0.0212		
1001	-28.46139	-48.79697	2.40	-0.0099		
1002	-28.47260	-48.79005	2.29	-0.0011		
1003	-28.48250	-48.78419	2.90	-0.0046		
1004	-28.49694	-48.77502	2.80	0.0008		
1005	-28.49645	-48.75332	4.67	0.0096		
1006	-28.23661	-48.65608	11.80	0.0366	imbi	
1007	-28.23639	-48.65500	8.64	0.0340	4x	

FIGURA 47 – EFEITO RTM VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS COM INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA  
FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 31 – RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA POTENCIAL GRAVITACIONAL POR PRISMAS COM INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA

Anomalia de altitude	Metros
Efeito RTM com gravimetria	0,0366
EGM2008	0,8091
Solução RTM + MGG	0,8457

### c) Solução gravimétrica do PVCG fixado

Nesta solução o primeiro passo desenvolvido foi organizar o banco de dados dos distúrbios da gravidade para os dados continentais e oceânicos para a região de estudo. Para tal, a primeira etapa foi a conversão dos dados oceânicos, visto que estes são anomalias da gravidade, em distúrbios da gravidade. Para a conversão, a formulação utilizada foi uma simplificação da (33), pela adoção do gradiente normal *free air* da gravidade (CUNDERLIK, 2010) e considerando para efeitos de transformação o N (altura geoidal) fornecida pelo EGM2008, na forma:

$$\delta g = \Delta g + 0,3086N \quad (118)$$

Destaque-se que os dados de anomalias da gravidade podem então ser convertidos em distúrbios da gravidade e vice-versa. Os dados das campanhas realizadas pelo LARAS são predominantemente distúrbios da gravidade na região do entorno do *Datum* vertical. Existem, em vista das características topográficas do entorno do DVB, vazios por falta de informação de gravimetria. Assim, na região, a informação gravimétrica foi complementada com dados extraídos do EGM2008 e, na parte oceânica, foram utilizados os dados provenientes do modelo DNSC08 e BGI, os quais passaram pelo referido processo de transformação de anomalias da gravidade em distúrbios.

A etapa seguinte consistiu na fusão destes distúrbios com dados do modelo DNSC08 já fundidos com dados do BGI e dados do EGM2008 utilizando o método de krigagem para a geração do modelo. As fusões foram realizadas em duas partes, a primeira apenas fazendo a fusão dos dados do LARAS com os dados do modelo DNSC08 associados aos dados do BGI (figura 48). A segunda etapa foi a junção dos dados do EGM2008 para as regiões onde havia vazios no modelo obtido na primeira etapa (LARAS/DNSC08). Porém, vale salientar que tal complementação ocorreu somente para a parte continental visto que o modelo DNSC08 contém informações similares às do EGM2008 na parte oceânica, evitando-se desta forma a sobreposição de informações que podem prejudicar os resultados do estudo em questão. O resultado desta segunda fusão pode ser visualizado na figura 49.

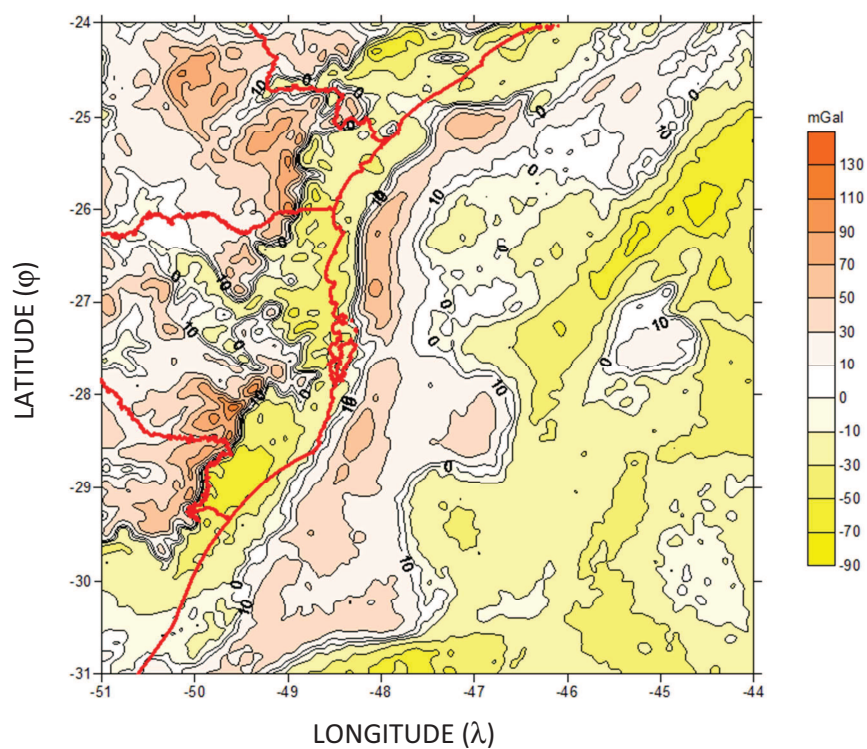


FIGURA 48 – FUSÃO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE LARAS + DNSC08 + BGI  
 FONTE: A AUTORA (2011)

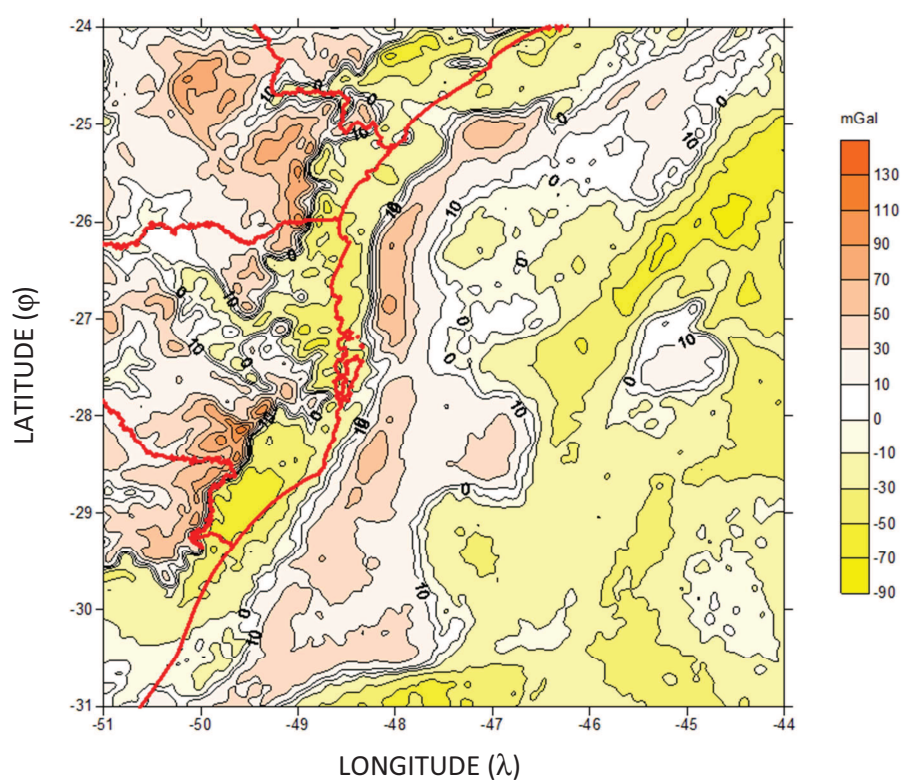


FIGURA 49 – FUSÃO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE LARAS + DNSC08 + BGI + EGM2008  
 FONTE: A AUTORA (2011)



Pode-se perceber que a variação nos modelos obtidos pela fusão LARAS + DNSC08 + BGI com o obtido da fusão LARAS + DNSC08 + BGI + EGM2008 é pequena se consideradas as amplitudes dos distúrbios na região, porém é ainda significativa na região de transição entre oceano e continente.

Após a fusão dos dados continentais e oceânicos, a etapa seguinte foi a subtração deste novo modelo (figura 49) com o os dados dos distúrbios do EGM2008 visando à obtenção de um modelo residual dos distúrbios da gravidade para a região em estudo. O modelo residual obtido e suas análises estatísticas estão apresentados na figura 50 e na tabela 32.

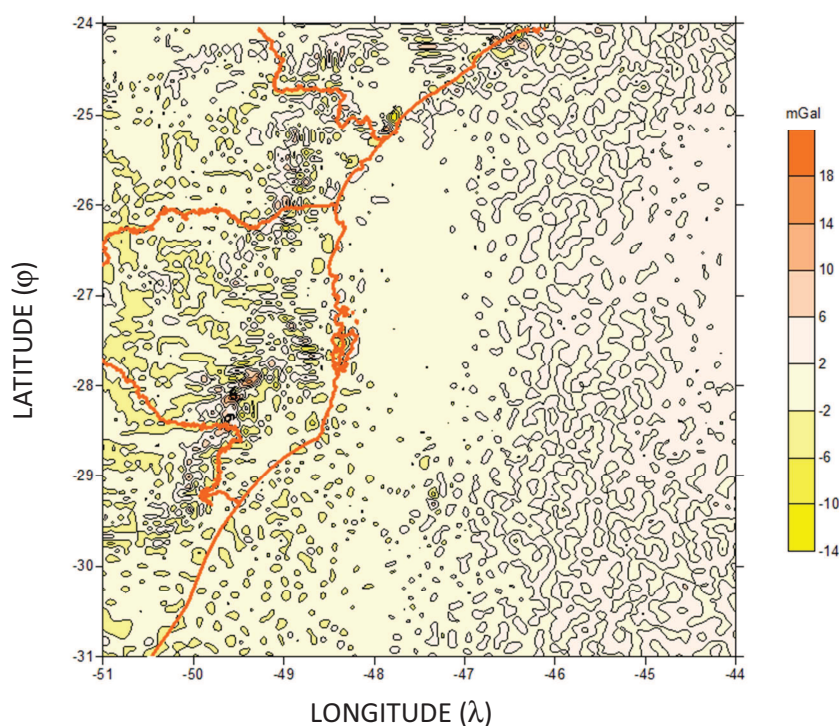


FIGURA 50 – MODELO RESIDUAL DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE  
FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 32 – ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS DO MODELO RESIDUAL DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE

Modelo Residual de Distúrbios da Gravidade	mGal
Máximo	18.5461
Mínimo	-12.8728
Média	0.7645

Estando o modelo residual gerado, o valor de interesse para o trabalho é o valor da anomalia de altitude no *Datum* vertical, na estação IMBI, para que este valor possa ser comparado com o valor da anomalia fornecido pelo EGM2008 e as demais soluções desenvolvidas nesta pesquisa. Para tal utilizou-se o processo de integração numérica visando a transformação destes distúrbios da gravidade residuais em anomalia de altitude para esta estação.

Para o cálculo da anomalia de altitude por integração numérica foi utilizada a seguinte equação:

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \delta g_{residual} \cdot K(r, \varphi) d\sigma \quad (119)$$

onde:

$$K(r, \varphi) = \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} - \ln \left[ 1 + \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} \right] \quad (120)$$

Nos casos de distâncias esféricas iguais a zero ( $\psi = 0$ ) a função torna-se inconsistente, pois o denominador sendo zero o valor da função tende para o infinito, logo é necessária uma modificação do núcleo da função para evitar-se este tipo de problema. Esta modificação é efetivada pela adoção de uma solução plana para a região adjacente ao ponto de integração. A transformação pode ser sintetizada como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, pp 125):

$$\frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} \approx \frac{2}{\psi} \approx \frac{2R}{l} \quad (121)$$

com:

$$l = [(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2]^{1/2} \quad (122)$$

Realizada esta etapa de transformação dos distúrbios residuais em anomalia de altitude para a estação, o valor obtido é acrescido ao valor obtido do EGM2008 para a mesma estação e os resultados podem ser visualizados na tabela 33.

TABELA 33 – RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Anomalia de altitude	Metros
Integração Numérica	0,0249
EGM2008	0,8091
Solução + MGG	0,8340

Ainda no contexto desta solução, optou-se por um segundo teste, agora utilizando a CMQ para a fusão dos dados.

Neste caso, da CMQ, foram gerados dois conjuntos de dados, um para a parte continental e outro para a parte oceânica, as funções covariância ajustadas são respectivamente as equações de Fourier de oitava ordem para os dois subespaços e os gráficos das funções covariâncias podem ser visualizados nas figuras 51 e 52.

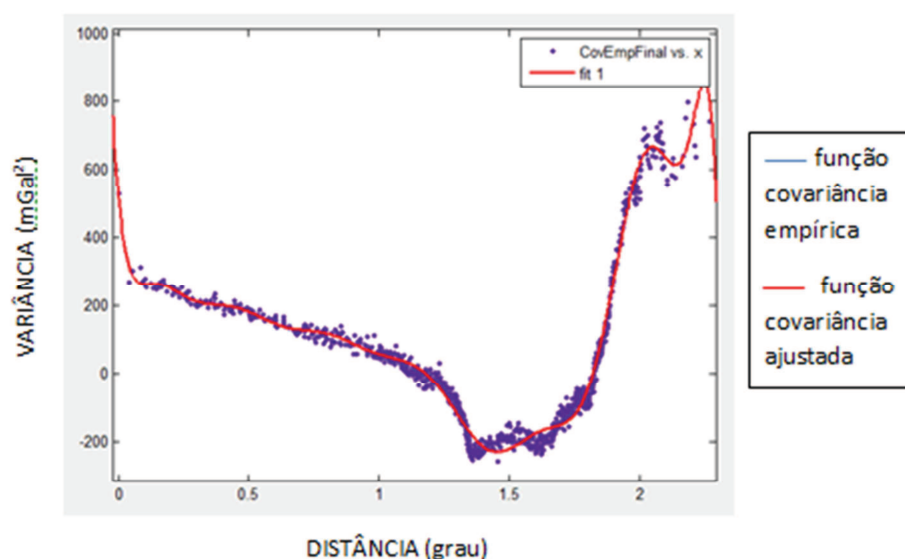


FIGURA 51 – GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CONTINENTAIS VIA CMQ

FONTE: A AUTORA (2011)



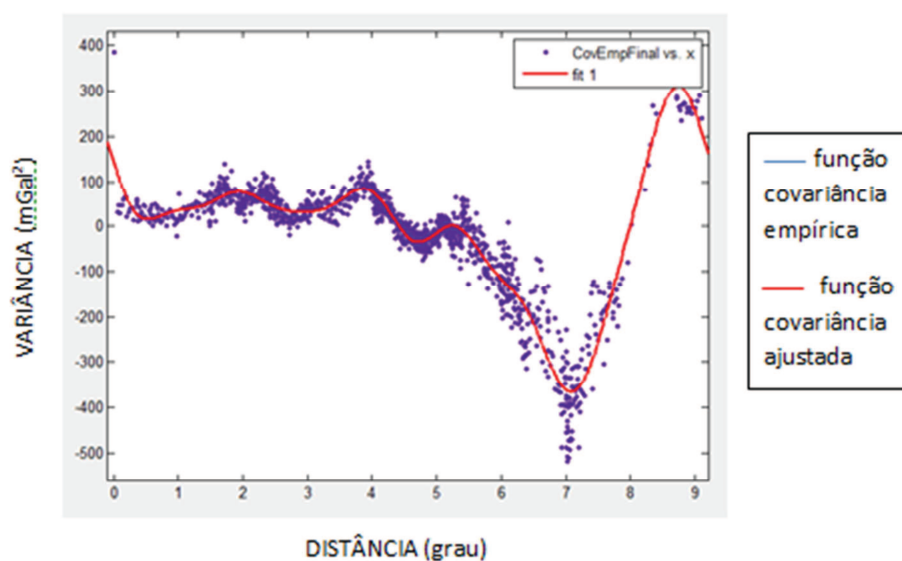


FIGURA 52 – GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS VIA CMQ

FONTE: A AUTORA (2011)

Após a fusão individual dos subespaços, a etapa subsequente foi a fusão conjunta destes dados também utilizando CMQ, na qual foi definida uma nova função covariância e uma nova predição dos dados. O resultado obtido para este novo experimento pode ser visualizado na figura 53 e as análises estatísticas para a estação IMBI na tabela 34.

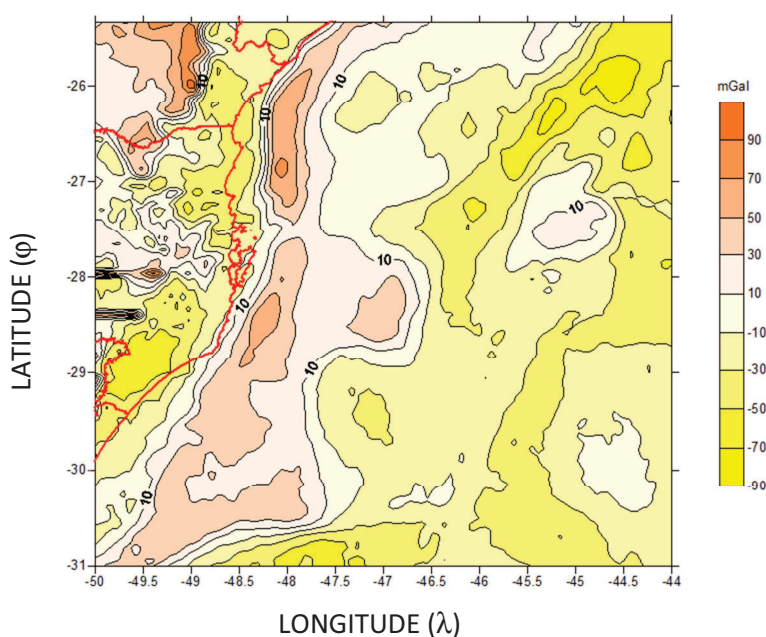


FIGURA 53 – RESULTADO DOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE VIA CMQ

FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 34 – RESULTADO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NA ESTAÇÃO IMBI VIA CMQ

Anomalia de altitude	Metros
CMQ	0,0462
EGM2008	0,8091
Solução + MGG	0,8553

Findada mais esta etapa, na sequência será apresentada finalmente a solução do PVCG pela forma clássica.

d) Solução gravimétrica clássica do PVCG livre

Para a solução gravimétrica clássica do PVCG livre utilizou-se os aplicativos da Escola do Geóide. Pode-se apresentar de forma sucinta o modo de operação como (IAG, 1997):

- 1 – Redução do terreno
- 2 – Redução dos dados de gravidade em grade
- 3 – Restauração das anomalias *free-air*
- 4 – Predição do geóide final.

Para esta etapa do trabalho, i.e., a solução pela forma clássica para a determinação do geóide, foram utilizados todos os dados mencionados nas seções anteriores: o DTM2006.0, dados de gravimetria marinha do BGI e DNSC08, dados de gravimetria terrestre proveniente dos levantamentos de campo realizados pelo LARAS.

Iniciando pelo DTM2006.0 o primeiro procedimento realizado foi a correção do terreno e o cálculo do efeito indireto para a região de estudo.

Realizada a correção do terreno a etapa subsequente foi o cálculo do efeito indireto. Eliminando-se ou deslocando-se as massas nos processos de reduções da gravidade da Terra para o nível do geóide, ocasiona-se mudanças no potencial da gravidade e, conseqüentemente no geóide. Esta mudança é denominada de efeito indireto das reduções gravimétricas (HEISKANEN; MORITZ, 1967). Portanto a superfície calculada com a fórmula de Stokes é na realidade o “co-geóide”, cuja separação do geóide é o próprio efeito indireto. Os aplicativos da Escola do Geóide

também realizam os cálculos pela Transformada Rápida de Fourier para avaliar o efeito indireto pelo segundo método de condensação de Helmert. Pormenores em Goldani (2006).

Cabe salientar que área foi reduzida para as proximidades do DV ( $1^\circ \times 1^\circ$ ) e não a área total de estudo de  $5^\circ \times 5^\circ$ , critério utilizado visando minimizar o efeito de bordas que pode alterar os resultados obtidos para a estação em análise.

Os dados obtidos na correção do terreno e os referentes ao efeito indireto podem ser visualizados nas figuras 54 e 55, onde foi utilizado o interpolador *kriging* para sua representação. As análises estatísticas deste procedimento podem ser verificadas nas tabelas 35 e 36.

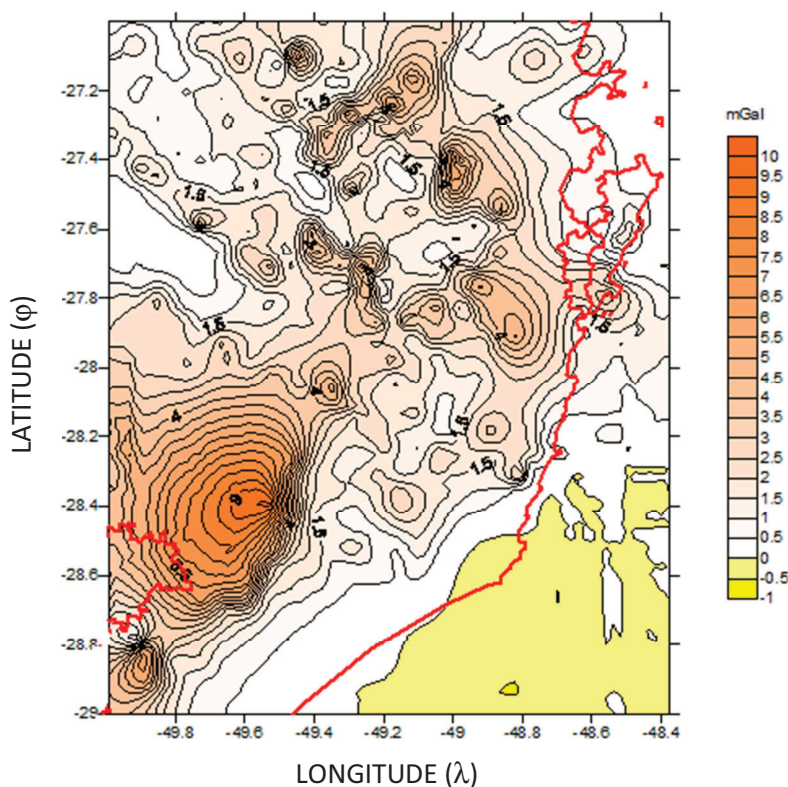


FIGURA 54 – CORREÇÃO DO TERRENO DOS DADOS TERRESTRES – INTERPOLADOR KRIGING  
 FONTE: A AUTORA (2011)

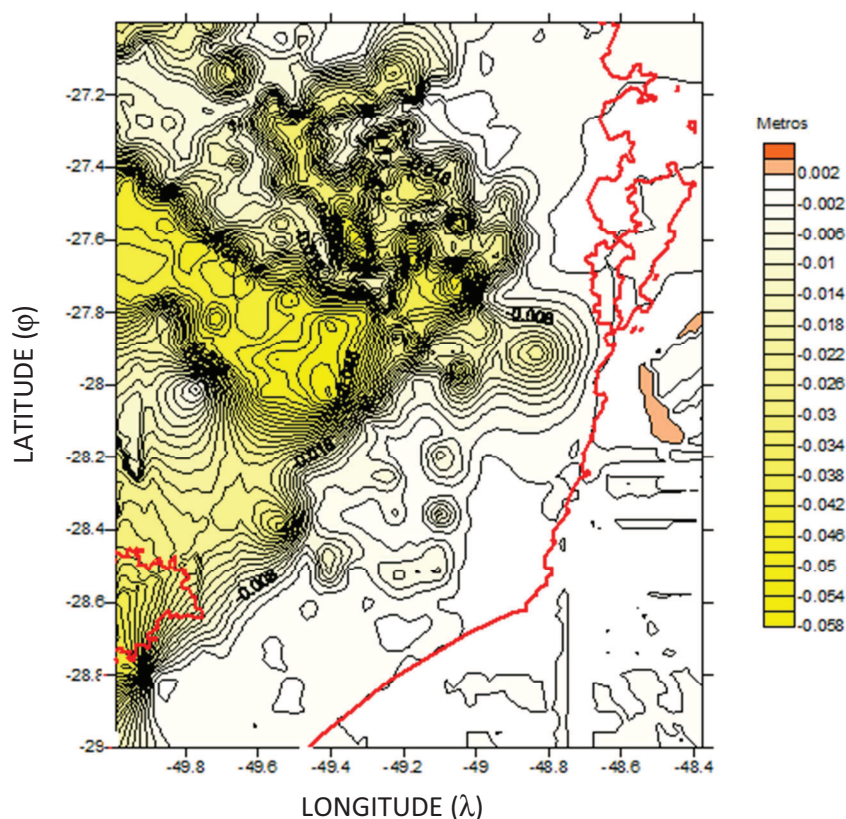


FIGURA 55 – EFEITO INDIRETO DOS DADOS TERRESTRES – INTERPOLADOR KRIGING  
 FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 35 – ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS – CORREÇÃO DO TERRENO

Dados DTM2006	CT (mGal)
Máximo	9,6176
Mínimo	-0,5468
Média	1,7775

TABELA 36 – ANÁLISE DOS VALORES EXTREMOS – EFEITO INDIRETO

Dados DTM2006	Efeito Indireto (m)
Máximo	0,0035
Mínimo	-0,0562
Média	-0,0110

Realizado os procedimentos de correção de terreno e do efeito indireto, a etapa subsequente foi o tratamento dos dados de gravidade terrestre. Inicialmente foram calculadas as anomalias da gravidade em grade como é necessário para este procedimento. Para tal foi utilizado um software que fizesse a interpolação destes valores, completando assim as áreas onde havia “buracos” de informação

gravimétrica. Na sequência foram calculadas as anomalias Bouguer de forma que os pontos da grade coincidisse com os pontos do DTM2006.0 visando desta forma a restauração das anomalias *free-air* como apresentado de forma minudente em seções anteriores. A recomposição da anomalia *free-air* foi realizada com fator de correção de  $0.1119H$  relativo ao platô de Bouguer onde  $H$  é a altitude de cada ponto do MDE. Na sequência foi obtido os dados das anomalias do EGM2008 completando os dados necessários para o cálculo do modelo residual.

A etapa seguinte foi o cálculo das anomalias gravimétricas residuais; para tal foi utilizada a equação:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{AL} + CT - \Delta g_{MGG} \quad (123)$$

onde:

$\Delta g_{AL}$  – Anomalia *free-air* dos dados terrestres de gravidade;

CT – Correção do Terreno; e

$\Delta g_{MGG}$  – Anomalia *free-air* do MGG.

O modelo com as anomalias residuais pode ser visualizado na figura 56 e as análises estatísticas na tabela 37.

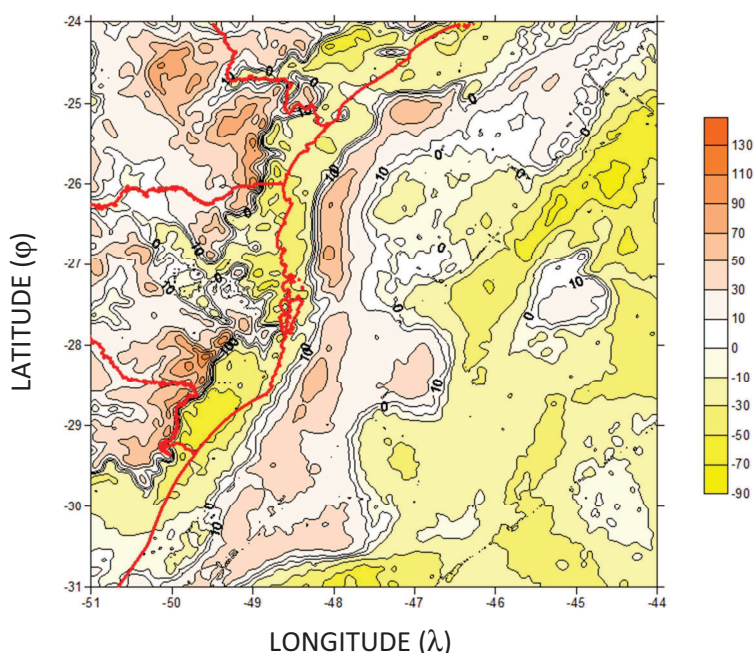


FIGURA 56 – ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS RESIDUAIS  
FONTE: A AUTORA (2011)



TABELA 37 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS RESIDUAIS

Anomalias Gravimétricas Residuais	mGal
Máximo	120,8157
Mínimo	-80,3082
Média	-1,5182

Preparados os dados das anomalias gravimétricas residuais da parte continental, busca-se a fusão dos dados dos dois subespaços (oceano-continente). Isto decorre do fato de que os dados de anomalias gravimétricas marinhas já passaram por esta etapa. Estes são passos a serem realizados antes do cálculo das alturas geoidais residuais e o cálculo do geóide propriamente dito. Nesta etapa do trabalho também foram feitas duas soluções, a primeira utilizando fusão simples com krigagem e a segunda via CMQ. Realizada a fusão da primeira etapa, o procedimento seguinte foi o cálculo das alturas geoidais residuais.

As alturas geoidais residuais foram calculadas com base na Transformada Rápida de Fourier, trabalhando com a função de Stokes na forma esférica original. Pormenores podem ser acompanhados pelo código fonte apresentado por Forsberg (1997).

O resultado das ondulações geoidais residuais pode ser observado na figura 57 a seguir, bem como suas análises estatísticas na tabela 38.

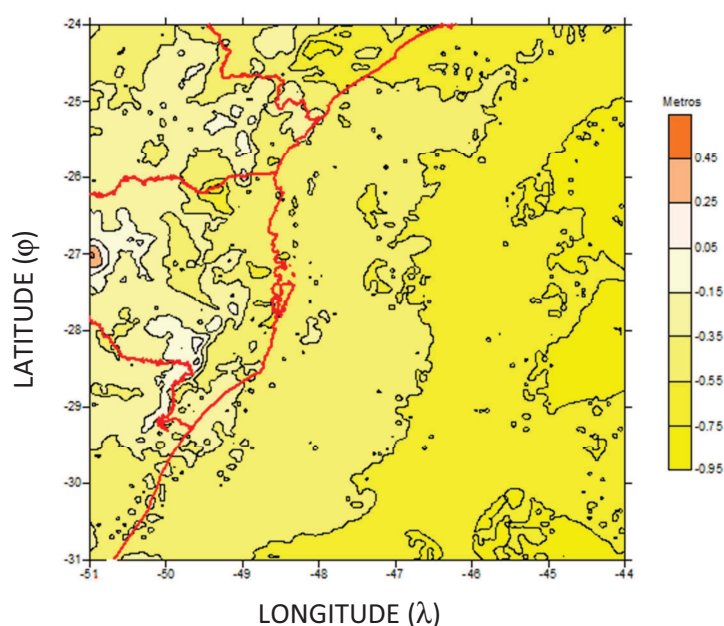


FIGURA 57 – ONDULAÇÕES GEOIDAIRES RESIDUAIS  
 FONTE: A AUTORA (2011)

TABELA 38 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ALTURAS GEOIDAIS RESIDUAIS

Ondulações Geoidais Residuais	Metros
Máximo	0,4682
Mínimo	-0,9254
Média	-0,5095

Calculadas as ondulações geoidais residuais a etapa seguinte consistiu em calcular as alturas geoidais propriamente ditas, para a restauração foi utilizada a equação:

$$N = N_{MGG} + N_{\Delta gres} + N_{MDE} \tag{124}$$

onde:

- $N_{MGG}$  - altura geoidal do MGG EGM2008;
- $N_{\Delta gres}$  – altura geoidal residual; e
- $N_{MDE}$  – efeito indireto.

Após todo este processo de recomposição chega-se ao modelo geoidal final que pode ser visualizado na figura 58.

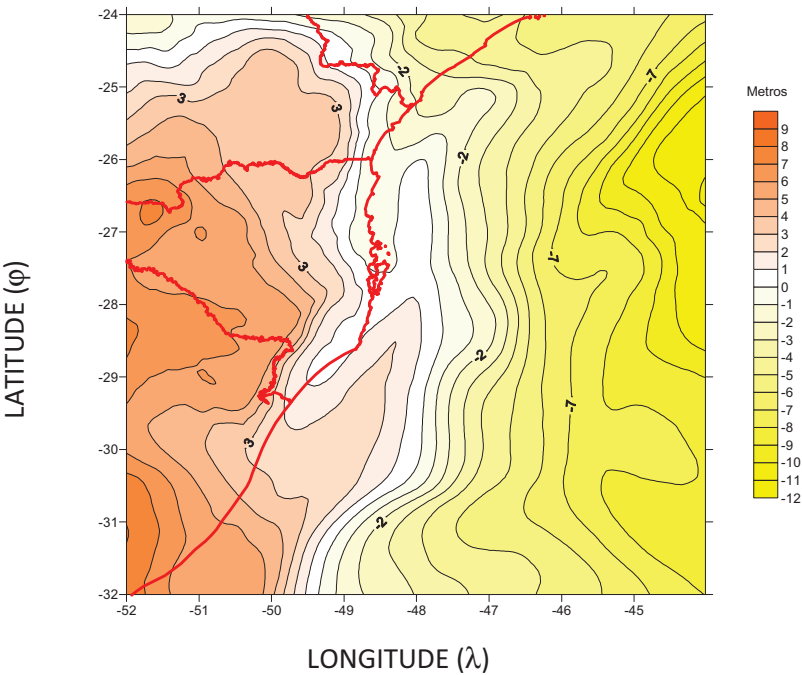


FIGURA 58 – ONDULAÇÕES GEOIDAIS FINAIS  
FONTE: A AUTORA (2011)

Como em todas as etapas realizadas nesta pesquisa foram realizadas as análises estatísticas dos dados para controle. Para as ondulações geoidais finais estas podem ser visualizadas na tabela 39.

TABELA 39 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ALTURAS GEOIDAIS FINAIS

<b>Ondulações Geoidais Finais</b>	<b>Metros</b>
Máximo	8,0627
Mínimo	-11,6162
Média	-1,4206

Como o objetivo deste trabalho é realizar comparações entre as diversas soluções apresentadas acima e compará-las ao MGG EGM2008 e o MAPGEO2010 para a estação IMBI, os resultados obtidos para a solução livre foram (tabela 40):

TABELA 40 – COMPARAÇÕES DAS ALTURAS GEOIDAIS FINAIS

<b>Altura Geoidal</b>	<b>Metros</b>
Solução PVCG livre	1,0060
MGG EGM2008	0,8094
MAPGEO2010	1,2300

Concluída mais uma etapa do trabalho, mais um teste foi realizado ainda no contexto desta solução. No primeiro experimento a fusão foi realizada pelo método de krigagem e a segunda opção foi à fusão destes dados via CMQ como na solução apresentada na solução anterior.

As representações das funções são apresentadas respectivamente nas figuras 59 e 60.



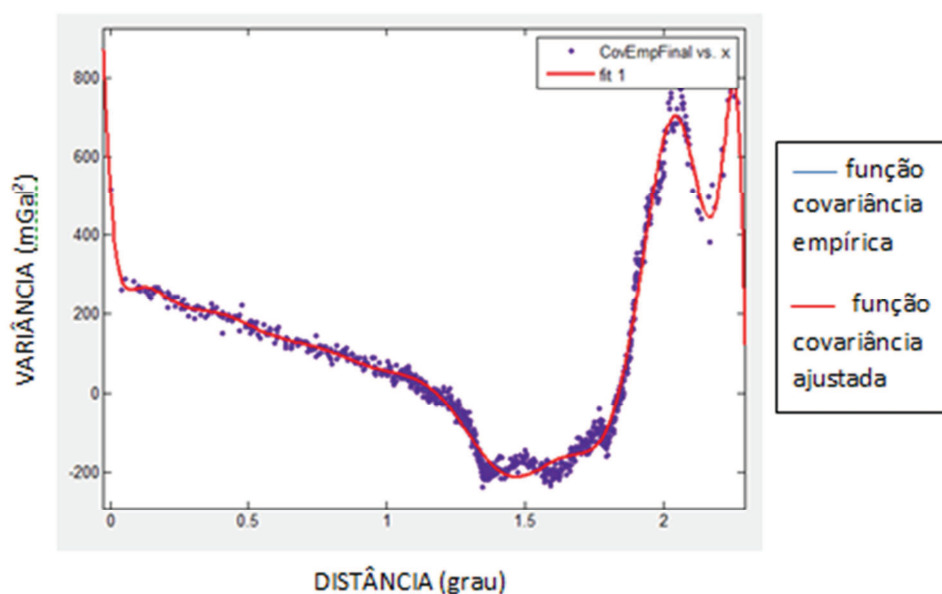


FIGURA 59 – GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE CONTINENTAIS VIA CMQ  
 FONTE: A AUTORA (2011)

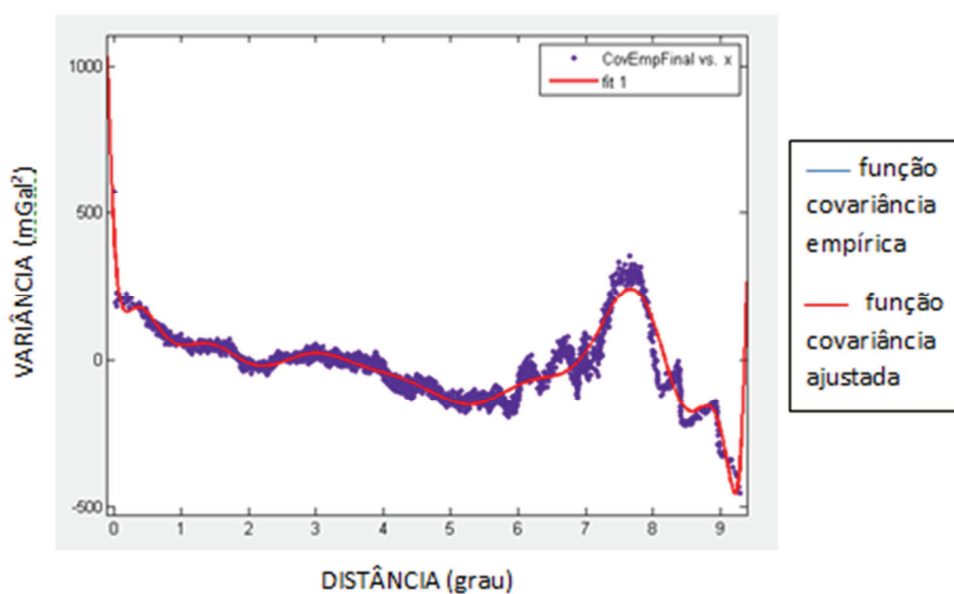


FIGURA 60 – GRÁFICO DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA DOS DADOS DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS VIA CMQ  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Definida a função covariância dos dados e analisados os gráficos, a etapa seguinte consistiu na fusão destes dados individualmente e posteriormente em conjunto. Para tal foi definida nova função covariância e predição dos dados. O resultado da fusão das anomalias da gravidade nos dois subespaços pode ser visualizado na figura 61.

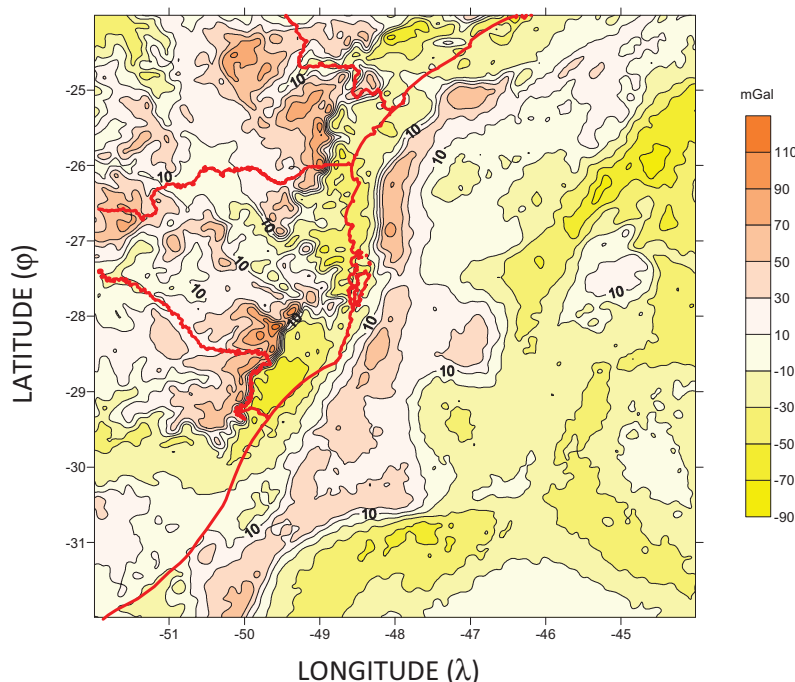


FIGURA 61 – FUSÃO VIA CMQ DOS DADOS OCEÂNICOS E CONTINENTAIS  
 FONTE: A AUTORA (2011)

Realizada a etapa da fusão dos dados, a etapa subsequente foi a geração do modelo geoidal para a região de estudo e posterior determinação do valor da altura geoidal para a estação IMBI. Os procedimentos para a determinação do geóide final via CMQ foram os mesmos realizados pelos programas disponíveis pela escola do geóide, sendo que aqui a etapa diferencial foi a fusão dos dados. Os demais passos foram descritos na solução apresentada nos parágrafos precedentes. O resultado para a estação IMBI e sua comparação com o EGM2008 pode ser verificado na tabela 41.

TABELA 41 – COMPARAÇÕES DAS ALTURAS GEOIDAIS FINAIS - CMQ

Ondulação Geoidal	Metros
CMQ	1,0110
MGG EGM2008	0,8094
MAPGEO2010	1,2300

Realizados todos os experimentos foi gerado um gráfico com níveis de referência contemplando todos os resultados obtidos nesta pesquisa bem como dados já existentes de outros trabalhos realizados no GPOLG. Este gráfico foi utilizado para viabilização e análise dos resultados obtidos nesta tese que serão apresentados no capítulo subsequente.



## 6 SÍNTESE DAS ABORDAGENS ADOTADAS E DAS ANÁLISES EFETIVADAS

Diversos são os problemas relacionados com a ideia de vínculo de uma rede altimétrica nacional a um sistema global de altitudes. A abordagem central neste trabalho é relacionada com a solução do PVCG no DV. De forma predominante situam-se aqueles problemas relacionados com a pluralidade de bases de dados, de grandezas correlatas ao vínculo mencionado e oriundas de diferentes fontes, com diferentes resoluções espaciais e em diferentes referenciais. A solução dita clássica do PVCG é usualmente baseada em métodos convencionais, na forma livre, dependente de reduções e hipóteses simplificativas da distribuição de massas acima e abaixo do hipotético “nível zero” ou nível de referência local (na abordagem clássica usual, tal como no caso brasileiro, o NMM local). As soluções usuais são fortemente vinculadas a um dos subespaços, oceano ou continente, e ainda dependentes de referenciais locais. Assim, buscou-se neste trabalho a solução do PVCG na forma fixada como estratégia predominante em vista da necessidade de compatibilização de referenciais e eliminação de erros decorrentes de reduções. Para tanto concorreram também abordagens com auxílio da técnica RTM e estratégias de fusão de dados. Com isto foram possíveis algumas possibilidades alternativas de abordagens dos problemas referidos. Em vista da hipótese central neste estudo, foram encaradas a pluralidade de bases de dados atuais, de níveis de referência para a altimetria, e de modelos disponíveis, estes oriundos principalmente das missões satelitais orientadas à altimetria continental e oceânica bem como à gravimetria. Assim, um aspecto que permeia todo o trabalho é o da exploração de novas possibilidades e estratégias associadas à integração/fusão de dados na área de estudos em torno do DVB e discussão dos diversos níveis de referência locais ou globais. Mencione-se que, na linha de atuação do LARAS, informações gravimétricas, na forma de distúrbios da gravidade, foram obtidas para cerca de 900 novos pontos levantados na região, originalmente já referenciadas ao SIRGAS2000/SGR80, adicionais aos MGGs, MDEs e outras bases de dados existentes para a região. Sempre buscou-se a discussão dos referenciais associados, sistema de maré permanente a que os dados estão referidos, e respectivas resoluções. Outros dados gravimétricos terrestres, originalmente como anomalias da gravidade foram convertidos em distúrbios da gravidade compatíveis com o SGR80/SIRGAS2000. Estes dados foram complementados, em regiões com

deficiência de informações, com grandezas correlatas obtidas do EGM2008 em sua melhor resolução. Um aspecto fundamental para o aumento da resolução espectral da base de dados foi a integração de informações gravimétricas indiretamente obtidas de MDEs. Nesta linha também foram tratados dados gravimétricos oceânicos do BGI de forma a realizar sua compatibilização com o DNSC08-GRA e os atuais modelos de topografia dinâmica dos oceanos (MDTs). Nesta etapa foram necessários estudos aprofundados para detecção de dados do BGI inconsistentes ao longo das linhas de levantamento e análise das calibrações de sensores com base em aderência a modelos globais e análise de intersecções. Estes dados foram então fundidos com dados do DNSC08-GRA com base em técnicas de predição por krigagem e CMQ em pontos amostrais no caso de distúrbios da gravidade e solução fixada e na forma de grade para as anomalias da gravidade e solução livre. Também dados continentais foram utilizados diretamente via integração numérica ou dados de fontes heterogêneas foram fundidos via CMQ. Em um estágio final, dados continentais resultantes e dados oceânicos já integrados foram fundidos e preditos na forma de grade via CMQ. Este aspecto possibilitou a solução do PVCG também na sua forma livre clássica tal como a da Escola do Geóide.

Em vista do contido no parágrafo precedente, observa-se que, efetivamente, uma base de dados própria, adequada aos propósitos de integração de dois subespaços, teve que ser construída. Não só os esforços de realização de levantamentos convencionais concorreram para tal. Assim, uma “grade final” de anomalias da gravidade ou distúrbios da gravidade, referentes a dois subespaços só pode ser construída com base no EGM2008, SRTM30plus, DTM2006.0, DNSC08-GRA e CMDT-RIO5, levando em conta as técnicas de fusão/integração de dados com compatibilização espectral.

Como o objetivo da pesquisa é integração/fusão destes dados nos dois subespaços, uma questão importante é a análise dos aspectos físicos da região no entorno do DV. A região de Imbituba/SC é bastante peculiar do ponto de vista físico. A região de restinga e planície costeira é bastante estreita (10 a 20 km) considerando-se a borda oceânica e a cadeia de montanhas da Serra do Mar com elevações de até 1880 m na região. Também no entorno de Imbituba existe um sistema de lagunas, já descrito por Ferreira (2008), que possui estreita relação com os efeitos hidrodinâmicos no DVB. Também, os efeitos das ressonâncias costeiras e frentes meteorológicas determinam componentes residuais de marés acentuadas

conforme apontado por Ferreira (2007) e Luz (2007b). De Freitas et al. (2002) apontou deficiências em modelos de marés na região do DVB, indicando a necessidade da modelagem dos efeitos locais. Assim, optou-se por tomar-se por base o EGM2008, apontado como uma das melhores opções de base para um SGA (IDHE, 2011) e complementar informações via MDEs e MDTs, e uma modelagem gravimétrica local com uma elevada densidade de observações, principalmente nos 50 km no entorno do DVB (onde foram determinados valores de distúrbios da gravidade em cerca de 900 pontos). As deficiências de modelagem costeira foram supridas via a fusão de dados gravimétricos do BGI “calibrados” com base no modelo DNSC08-GRA e no CMDT-RIO5. Aspectos de descontinuidades costeiras foram suplantados por técnicas de fusão tendo por base a consistência de modelos globais. Ainda, existe uma extensa região inacessível às observações convencionais, conforme a figura 38. Inicialmente a área de estudo seria de  $1^\circ \times 1^\circ$  com o DV no centro da área, porém visando a obtenção de uma quantidade maior de dados, principalmente na parte oceânica que continha dados mais afastados da região de limite oceano/continente, esta foi ampliada para  $5^\circ \times 5^\circ$ . Como havia muitos vazios existentes na parte continental devido ao difícil acesso da região estes foram complementados com dados do EGM2008.

Com relação à metodologia e definição das técnicas que foram utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa, em uma primeira visão do problema da integração/fusão de dados, a hipótese era a utilização da técnica MIMOST (TOCHO, 2006) que tem como base a entrada e saída de múltiplos dados. Em análises mais aprofundadas surgiram alternativas as quais foram julgadas como mais relevantes para este estudo entre elas a técnica RTM e a solução do PVCG na sua forma fixada. Considerando-se que geóide e quase-geóide, conforme a (33) tendem a confundir-se na borda oceânica, buscou-se em princípio a determinação do quase-geóide utilizando os distúrbios da gravidade e determinação de anomalias de altitude residuais via a técnica RTM. Estas independem de reduções baseadas em SGRs locais. Visou-se para efeitos de comparação também a construção de um grupo de soluções baseadas na forma clássica para a modelagem do geóide. Duas variantes de fusão de dados foram exploradas: A de *kriging* e a de CMQ, esta última com desenvolvimento de rotinas próprias pelo LARAS para determinações de funções covariâncias empíricas e também para a predição em pontos amostrais ou em grade regular. Com relação à CMQ atualmente existe uma diversidade de modelos para a

função covariância, porém o grupo de pesquisa do LARAS tem trabalhado com as funções covariâncias empíricas na qual são determinadas as funções com base nos dados que estão sendo utilizados. A solução clássica é uma forma de comparar a viabilidade dos experimentos realizados bem como a comprovação da teoria do PVGC fixado. Inicialmente seriam realizadas apenas as quatro soluções já descritas anteriormente. Porém, a cada solução, novas hipóteses foram surgindo e elas acabaram sendo subdivididas principalmente em função das estratégias de fusão dos dados.

Foram desenvolvidas quatro soluções independentes para o PVCG, para tal foram utilizados três níveis de referência: um de caráter global, o EGM2008; um nível de referência geométrica, o SGR80/SIRGAS2000 e os de referência local, i.e., aqueles contemplando as correções locais para o MGG EGM2008. Algumas soluções foram desdobradas em função da variação da técnica de abordagem e de fusão dos dados. Então foram obtidas as sete soluções com resultados finais apresentados nas tabelas 42 e 43 e na figura 62.

TABELA 42 – NÍVEIS DE REFERÊNCIA – SOLUÇÕES ABORDADAS

<b>SOLUÇÃO</b>	<b>VALOR DAS ANOMALIAS DE ALTITUDES/ ALTURAS GEOIDAIS DA ESTAÇÃO IMBI COM RELAÇÃO AO EGM2008</b>	<b>TNMM COM RELAÇÃO AO EGM2008</b>
RTM COM GRADE	0,0530 m	0,4855 m
RTM PRISMA PONTUAL	0,0287 m	0,5098 m
RTM COM GRAVIMETRIA	0,0366 m	0,5019 m
PVCG FIXADO KRIGING	0,0249 m	0,5136 m
PVCG FIXADO CMQ	0,0462 m	0,4923 m
PVCG LIVRE KRIGING	0,1970 m	0,3415 m
PVCG LIVRE CMQ	0,2020 m	0,3365 m

TABELA 43 – NÍVEIS DE REFERÊNCIA – OUTRAS SOLUÇÕES

<b>SOLUÇÃO</b>	<b>VALOR DA ALTURA GEOIDAL DO DVB COM RELAÇÃO AO EGM2008</b>	<b>TNMM COM RELAÇÃO AO EGM2008</b>
EGM2006	0,420 m	0,1188 m
MAPGEO	0,421 m	0,1178 m
VAGNER G. FERREIRA	0,200 m	0,3388 m



Na primeira solução desenvolvida foi utilizada a técnica RTM sem gravimetria. Visou-se assim somente reduzir o erro de omissão proveniente do EGM2008. Verificou-se assim a inserção dos curtos comprimentos de onda que eventualmente contêm informações relevantes sobre o campo da gravidade. Esta abordagem foi subdividida sendo uma etapa realizada por FFT com base em uma grade de valores de altitudes residuais e outra solução via integração numérica por prismas considerando dados de altimetria sobre pontos amostrais esparsos sem a formação da grade. Os resultados expressos nas tabelas 29 e 30 evidenciam que a contribuição residual do terreno para a anomalia de altitude variou de 5,30 cm no caso da FFT a 2,87 cm no caso da integração numérica por prismas. Ambas as soluções apontam para a adequação do EGM2008 na região do DVB. Também a solução por FFT possibilitou a avaliação da contribuição RTM em toda a área de estudos. Na figura 43 verificam-se variações de -0,19 m a 0,28m para o efeito RTM e um comportamento bastante regular com pequenas variações de amplitude no entorno do DVB.

Uma segunda solução teve base na técnica RTM também, porém agora inserindo-se valores de distúrbios da gravidade. Nesta etapa a solução foi feita somente na forma pontual por integração numérica dos efeitos gravitacionais de prismas em função da altitude residual filtrada. Os resultados estão expressos na tabela 31, onde observa-se que a contribuição conjunta do RTM e gravimetria de 3,66 cm não destoa dos resultados do parágrafo anterior.

O terceiro grupo de soluções visou à determinação do valor da anomalia de altura utilizando agora os distúrbios da gravidade e integração numérica com base na integral de Hotine (116) com modificação do núcleo da função de Neumann-Koch (117 a 119) para raios de integração curtos. Esta solução também foi subdividida utilizando diferentes formas de fusão de dados, a primeira com fusão simples por krigagem e a segunda utilizando a fusão dos dados via CMQ. No caso do kriging o valor da anomalia de altitude residual em relação ao EGM2008 foi de 2,49 cm, conforme a tabela 33. Destaque-se que este valor é bastante consistente com os determinados via a técnica RTM. No caso da CMQ constata-se na tabela 34 que o valor da anomalia de altitude residual relativamente ao EGM2008 é de 4,62 cm.

E finalmente, no quarto tipo de solução, foi abordado o PVCG em sua forma livre com base na formulação clássica a partir da integral de Stokes-Pizzetti (21) para o potencial perturbador e obtenção da altura geoidal com base na fórmula de



Bruns (7), também com modificação do núcleo da integral via a adaptação da função de Stokes.(22) para curtas distâncias onde ela tende a ser indeterminada. Neste grupo de solução utilizaram-se as rotinas da Escola do Geóide da IAG dentro da técnica RR e solução por FFT. Este grupo foi desdobrado em função das estratégias de fusão de dados e predição em grade por *kriging* e por CMQ. A solução por *kriging* apresenta uma altura geoidal de 1,006 m relativamente ao SGR80/SIRGAS2000 e uma altura geoidal residual de 19,7 cm relativamente ao EGM2008 conforme pode ser deduzido da figura 62. Na figura 58 pode ser visto o mapa de ondulações geoidais obtido, o qual se mostra bastante suave, sem indicação de distorções na solução obtida.

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A busca do vínculo da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB) do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) com um Sistema Global de Altitudes foi explorada no presente trabalho. Como estratégias para tal foram desenvolvidas soluções livres e fixadas do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) de forma pontual ou estendida em região contígua ao *Datum* Vertical Brasileiro (DVB) em Imbituba, SC. Para tanto, foram procedidas extensas análises sobre bases de dados existentes bem como buscadas formas de complementação devida carências detectadas. Em vista da pluralidade das bases, foram fundamentais as discussões das resoluções espaciais dos dados, referenciais envolvidos e estratégias de fusão em um mesmo subespaço bem como em subespaços distintos. Foram tecidas considerações tendo em vista as peculiaridades relacionadas com os aspectos físicos da região do DVB. Em particular, foram analisadas as consequências dos vazios associados às cadeias de montanhas e grande extensão dos Sistema Lagunar de Imarui, contíguos ao DVB e buscadas formas de complementação das informações gravimétricas.

Foram consideradas de forma central nesta pesquisa as novas possibilidades trazidas pela técnica RTM e também com as novas estratégias para a solução do PVCG em sua forma fixada, utilizando os distúrbios da gravidade e a modelagem do quase-geóide determinando a anomalia de altitude que independe de reduções como na forma do PVCG livre. No entanto, não se prescindiu da modelagem clássica do geóide para a região. Ao todo foram realizadas sete soluções, conforme figura 62, buscando-se relacionar a altura geoidal ou anomalia de altitude no DVB principalmente com as superfícies de referência do EGM2008 e SGR80 globalmente definidas (tabela 42). Também foram consideradas as superfícies de referência e vínculos locais.

Com base nos resultados obtidos com as estratégias utilizadas nesta pesquisa, e tendo em vista que o nível zero de referência que se pode inferir a partir da altitude da RN4X, com altitude publicada pelo IBGE após o reajustamento da rede altimétrica concluído em junho de 2011, pode-se concluir que:

- a) Para a solução via técnica RTM sem gravimetria, calculada com grade via FFT e a calculada pontualmente por integração de prismas, os valores

obtidos para a anomalia de altitude residual relativamente ao EGM2008, foram respectivamente 5,30 cm e 2,87 cm;

- b) Para a solução via técnica RTM com gravimetria, utilizando apenas integração numérica por prismas para a posição do DVB, o valor obtido a anomalia de altitude residual relativamente ao EGM2008 foi de 3,66 cm. Mesmo que este valor seja consistente com as soluções fixadas anteriores, ela é tida como a mais consistente por englobar fusão de dados continentais e oceânicos além dos distúrbios da gravidade obtidos de extensos levantamentos gravimétricos efetivados pelo LARAS na região do DVB. Com este valor, obtém-se uma TNMM no DVB igual a 50,19 cm.
- c) Na solução do PVCG fixado, utilizando os distúrbios da gravidade e fusão simples por krigagem, e posteriormente calculada por integração numérica, a anomalia residual de altitude relativamente ao EGM2008 foi obtido o valor de 2,49 cm na estação IMBI. Este valor é muito próximo da solução obtida via RTM por prismas e integração numérica. Com a mesma estratégia de solução, porém efetivando a fusão de dados com base em CMQ em cada subespaço e posteriormente entre os dois subespaços envolvidos, obtém-se o valor de 4,62 cm para a anomalia de altitude residual relativa ao EGM2008. Com este valor resulta uma TNMM no DVB igual a 49,23 cm;
- d) Foram utilizadas duas estratégias distintas para a fusão de dados de nas soluções do PVCG livre. Utilizando inicialmente a fusão de dados simples com krigagem obteve-se uma altura geoidal relativa ao SGR80/SIRGAS2000 de 1,006 m, a qual implica em uma TNMM de 34,15 cm. Com a mesma estratégia de solução, porém efetivando a fusão de dados com base em CMQ em cada subespaço e posteriormente entre os dois subespaços envolvidos, obtém-se uma altura geoidal de 1,011 m no DVB, o que implica em uma TNMM de 33,65 cm. Este último valor merece destaque por se aproximar de valor de 33,88 cm anteriormente obtido com técnica totalmente distinta baseada na determinação do geopotencial da superfície média do Sistema Lagunar de Imaruí, tendo por base o EGM96 e conforme apresentado na tabela 43.

e) Destaque-se que se utilizou a altura geoidal de 42,10 cm dada pelo MAPGEO2010 para o DVB, a TNMM por ele definida é de 11,78 cm, a qual não é consistente com as soluções dos MGGs globais mais aceitos na atualidade, bem como com as soluções obtidas neste trabalho.

Tendo em vista ainda as limitações das abordagens procedidas e deficiências de informações apontadas, recomenda-se:

- a realização de levantamentos gravimétricos complementares na região 1° x 1° com centro no DVB;
- integração de informações batimétricas mais recentes para reduções mais adequadas aos dados do BGI;
- comparar as técnicas utilizadas nesta pesquisa para a fusão/integração de dados em ambos subespaços com outras técnicas, por exemplo, com a técnica MIMOST, geração de grades com *wavelets* e com redes neurais artificiais; e
- que novos experimentos devam ser desenvolvidos para incorporar as séries temporais de nível do mar e altitudes elipsóidicas obtidas com as novas estações maregráfica e GPS IMBT, que certamente apontarão correções aos níveis de referência locais analisados na região do DVB.

## REFERÊNCIAS

ANDERSEN et al. **The DNSC08 ocean wide altimetry derived gravity field**. In: Presented EGU, 2008, Vienna, Austria, 2008.

ARDALAN, A. A. et al. An overdetermined geodetic boundary value problem approach to telluroid and quasi-geoid computations. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, p. 97-104.

BALMINO, G. Introduction to least-square collocation. In: MORITZ, H; SÜNKEL; H. **Approximation methods in geodesy**. Germany: Karlsruhe, 1978. p. 47-88.

BENDAT, J. S.; PIERSON, A. G. **Random data: analysis and measurement procedures**. 3.ed. New York: Wiley, 2000.

BOSCH, W. The sea surface topography and its impact to global height system definition. In: DREWES, H.; DODSON, A. H.; FORTES, L. P. S.; SÁNCHEZ, L.; SANDOVAL, P. **Vertical Reference Systems**. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlin: Springer-Verlag, 2002. p. 225-230.

BOSCH, W., FENOGLIO-MARC, L., WÖPPELMAN, G., MARCOS, M., NOVOTNY, K., SAVCENKO, R., KARPYTECH, M., NICOLLE, A., BECKER, M., LIEBSCH, G. **Coastal sea surface topography - a synthesis of altimetry, gravity, and tide gauges**. In: AVISO Newsletter, CNES, 2006. n. 11.

BGI. **Data / Products**. Disponível em: <<http://www.geodesie.ird.fr/bgi/>>. Acessado em: 2008/2009.

BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., RADÉF, K., VATRT, V., VOJTÍŠOVÁ, M., ŠIMEK, J. World height system specified by geopotential at tide gauge stations. In: DREWES, H.; DODSON, A. H.; FORTES, L. P. S.; SÁNCHEZ, L.; SANDOVAL, P. **Vertical Reference Systems**. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlin: Springer-Verlag, 2002. p. 291-296.

BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., ŠIMA, Z., VATRT, V., VÍTEK, V. VOJTÍŠOVÁ, M. The geopotential value  $W_0$  for specifying the relativistic atomic time scale and a global vertical reference system. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2007. V. 81, p. 103-110.

CUNDERLÍK, R.; TENZER, R.; MIKULA, K. Fixed Gravimetric for a realization on the vertical *datums*. In: Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010). **REFAG2010 Proceedings**. Paris, France, October 4 – 8, 2010.

DALAZOANA, R. **Estudos dirigidos à análise temporal do Datum Vertical Brasileiro**. 188 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

DE FREITAS, S.R.C., MEDINA, A.S, LIMA, S.R.S. Associated problems to link South American Vertical Networks and possible approaches to face them. In: DREWES, H.; DODSON, A. H.; FORTES, L. P. S.; SÁNCHEZ, L.; SANDOVAL, P. **Vertical Reference Systems**. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlim:Springer-Verlag, 2002. p. 318-323.

DE FREITAS, S. R. C. de et al. **Concepção dos levantamentos gravimétricos para o estabelecimento de rede gravimétrica de alta precisão no Estado do Paraná**. In: Série em Ciências Geodésicas, V 2 – Pesquisas em Ciências Geodésicas, Curitiba, 2002. p. 41-56.

DE FREITAS, S. R. C. ; SANTOS JR, G. ; FAGGION, Pedro Luis ; GEMAEL, Camil ; SILVA JR, J. ; SIMÕES, K. . Concepção dos levantamentos gravimétricos para o estabelecimento de rede gravimétrica de alta precisão no estado do paraná. In: EDSON APARECIDO MITISHITA. **Série Brasileira em Ciências Geodésicas - Pesquisa em Geodésia**. 1 ed. Curitiba: Editora da UFPR, 2002, v. II, p. 41-56.

DE FREITAS, S. R. C. de, FERREIRA, V. G., PALMEIRO, A. S., DALAZOANA, R., LUZ, R. T., FAGGION, P. L. Modelagem do potencial anômalo no *Datum* Vertical Brasileiro visando sua nova definição. **Boletim de Ciências Geodésicas**. Curitiba, v. 13, n. 2, p. 395-419, 2007.

DE FREITAS, S. R. C. ; FERREIRA, V.G. ; PALMEIRO, A. S. ; CARVALHO, J.L.B. ; Silva, L. . Analysis of the Geopotential Anomalous Component at Brazilian Vertical Datum Region Based on the Imarui Lagoon System. In: STELIOS P.P. MERTIKAS. **IAG Series - Gravity, Geoid and Earth Observation**. 1 ed. Berlin: Springer, 2010, v. 135, p. 321-327.

DNSC. **Scientific data and models**. Disponível em: <<http://www.space.dtu.dk/english.aspx>>. Acessado em: 2008/2009/2010/2011.

EGM2008. **Products and Services**. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/>>. Acessado em: 2008/2009.

ESA - **Models**. Disponível em: <<http://www.esa.int/esaCP/index.html>>. Acessado em: 2010.

CATALÃO, J. **A colocação por mínimos quadrados e sua aplicação na Geodésia Física**. Universidade de Lisboa, Lisboa 2000. Disponível em: <[http://enggeografica.fc.ul.pt/documentos/doc\\_apoio\\_aulas/geodesia%20fisica\\_colocacao\\_minquad.pdf](http://enggeografica.fc.ul.pt/documentos/doc_apoio_aulas/geodesia%20fisica_colocacao_minquad.pdf)>. Acesso em: 2010.

FERREIRA, V. G. **Determinação da componente anômala do geopotencial no Datum Vertical Brasileiro causada pelo sistema lagunar de Imarui – SC**. 81 f. Seminário de Qualificação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

FERREIRA, V. G. **Análise da componente anômala do geopotencial no datum vertical brasileiro com base no sistema lagunar de Imarui, SC.** 115 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

FORSBERG, R. – **Terrain effects in geoid computations.** In: *International Geoid School (IAG)*. Rio de Janeiro, 1997.

FORSBERG R., TSCHERNING C. C. **The use of height data in gravity field approximation by collocation.** J Geophys Res 86(B9):7843– 7854, 1981.

FORSBERG R. **A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling.** Report 355. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, 1984.

FORSBERG R. Gravity field terrain effect computations by FFT. **Bull Géodésique** 59(4): p. 342–360, 1985.

FU, L., CAZENAVE, A. **Satellite Altimetry and Earth Sciences – A handbook of techniques and applications.** International Geophysics Series, v. 69. USA, 2001.

GEMAEL, C. **Geodésia Física.** Curitiba: Editora UFPR, 1999.

GEMAEL, C. **Geodésia Física.** Reimpressão 1999. Curitiba: Editora UFPR, 2002.

GFZ/ISDC. **GeoForschungsZentrum Potsdam, Information Systems and Data Center Global Earth Science Data.** Disponível em: <[http://www.gfz-potsdam.de/welcome\\_en.html](http://www.gfz-potsdam.de/welcome_en.html)>. Acessado em: 21/10/2009.

GOLDANI, D. **Modelo geoidal de alta resolução para o estado do paraná: aplicação da transformada rápida de fourier – stokes e do valor do potencial do geóide na definição da superfície de referência vertical.** 143 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

HECK, B., RUMMEL, R. Strategies for solving the Vertical *Datum* problem using terrestrial and satellite geodetic data. In: S UNKEL, H., BAKER, T. **Sea Surface Topography and the Geoid.** Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1990. p. 116-128.

HECK, B. Problems in the definition of vertical reference frames. In: SANS  F In: **V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy.** IAG Symposia. Springer, Berlin, 2004. Vol.127, p. 164-173.

HECK, B.; SEITZ K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modeling. **Journal of Geodesy,** Springer Berlin, Heidelberg, 2007. V. 81, n. 2, p. 121-136.



HECK, B. A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary-value problem. **Studia Geophysica et Geodaetica**. Prage, v. 55, n. 3, p. 441-454, 2011.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Geodesia Física**. Instituto Geográfico Nacional. Madri, Espanha, 1985.

HIRT, C; FEATHERSTONE, W. E.; MARTI, U. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. **Journal of Geodesy**. Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, n.9, p. 557-567.

HIRVONEN, R. A. New theory of the gravimetric geodesy. **Annales Academiae Scientiarum Fennicae**, Series A, III, Geologica-Geographica, 56, Helsinki, Finland, 1960.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. New York: Springer, 2005.

HOTINE, M. **Mathematical Geodesy**. Washington D.C.: U.S. Environmental Science Services Administration, 1969. (ESSA monograph).

IAG - **Publications**. Disponível em: <<http://www.iag-aig.org/>>. Acessado em: 2008/2010.

IBGE. **Resolução do Presidente – R.PR – 1/2005**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR\\_01\\_25fev2005.pdf](http://www.ibge.gov.br/ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf)>. Acesso em: 2010.

ICGEM. Calculation Service. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>>. Acessado em: 2009/2010/2011.

IDHE, J. **Realization of a World Height System (WHS)**. 2009. Draft Pilot Project IAG

IDHE, J. **Inter-Commission Project 1.2: Vertical Reference Frames**. Report of the International Association of Geodesy 2007-2011 — Travaux de l'Association Internationale de Géodésie 2007-2011.

IGeS – **International Geoid Service**. Escola do Geóide. Buenos Aires, AR, 2007.

KAULA, W. M. **Theory of satellite Geodesy – applications of satellites to Geodesy**. Nova York: Dover, 1966.

KELLER, W. On the scalar fixed altimetry gravimetry boundary value problem in physical geodesy. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 1995. V.70, n. 8, p. 459-469.



KLEES R.; PRUTKIN I. The combination of GNSS-levelling data and gravimetric (quasi-) geoid heights in the presence of noise. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, n. 12, p. 731-749.

KRARUP, T. **A contribution to the mathematical foundation of physical geodesy**. [S.l.:s.n.], 1969.

LARAS. **Comunicação pessoal**, 2011.

LE TRAON, P.Y.; SCHAEFFER, P.; GUINEHUT, S.; RIO M.H.; HERNANDEZ, F.; LARNICOL, G.; LEMOINE, J.M. **Mean ocean dynamic Topography from GOCE and Altimetry**. France, 2010. Disponível em: <[http://earth.esa.int/goce04/first\\_igw/papers/Letraon\\_etal.pdf](http://earth.esa.int/goce04/first_igw/papers/Letraon_etal.pdf)>. Acessado em: 2010.

LEHMANN, R. **Altimetry-gravimetry problems with free Vertical Datum**. Journal of Geodesy, Springer Berlin, Heidelberg, 2000. V. 74, n. 3-4, p. 327-334.

LEITE, E.P.; MOLINA, E. C.; USSAMI, N. Integração de dados de gravimetria marinha e de altimetria por satélite (GEOSAT/ERM) no Atlântico Sul (65/25°W e 25/40°S). **Revista Brasileira de Geofísica**, São Paulo, V. 17, n. 2-3, 1999.

LI, J. **Detailed marine gravity field determination by combination of heterogenous data**. The University of Calgary. Calgary, Alberta, 1996.

LUZ, R.T., FREITAS, S. R. C., PINHEIRO, R. R., GOLDANI, D., SANTOS, C. C. C., DI MAIO PEREIRA, N. R., SUBIZA PINA, W. H. **Avaliação das realizações da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro**. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Presidente Prudente. Anais do II Simp. Bras. de Geomática e V Colóquio Bras. de Ciências Geodésicas, (2007a). p. 31-37.

LUZ, R. T., BOSCH, W., FREITAS, S. R. C., DALAZOANA, R., HECK, B. Coastal satellite altimetry data and the evaluation of Brazilian Vertical Reference System and Frame. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2007. **Anais do II Simpósio Brasileiro de Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas**, Presidente Prudente: 2007, p. 1071-1074.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 7.ed. São Paulo: Edusp, 2009.

MIRANDA, F. A. **Contribuição para a análise do campo da gravidade na Região do Datum Vertical Brasileiro**. 89 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

MIRÓNOV, V.S. **Curso de prospección gravimétrica**. Espanha, 1977.

MOLODENSKII, M. S.; EREMEEV, V. F.; YURKINA, M. I. **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth**. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translation, 1962. 248 p.

MONTECINO, H.; JAMUR, K. P.; DE FREITAS, S. R. C. de. **Connection of Imbituba and Santana Brazilian vertical datums based on satellite gravimetry and residual terrain model**. In: International union of geodesy and Geophysics (IUGG) XXV General Assembly in Melbourne, Australia, 2011.

MORITZ, H. **Advanced least squares methods**. Report N° 175, The Ohio University, Research Foundation. Columbus, 1972.

MORITZ, H. **Advanced physical geodesy**. Abacus Press, Wichmann, 1980.

NAGY D.; PAPP G.; BENEDEK J. The gravitational potential and its derivatives for the Prism. **Journal of Geodesy**. Springer Berlin, Heidelberg, 2000. V. 76, n. 8, p. 475–475.

NASA. **SWOT**. Disponível em: <<http://www.nasa.gov/>>. Acessado em 2010.

PAVLIS N. K.; FACTOR, J. K.; HOLMES S. A. Terrain-Related Gravimetric Quantities Computed for the Next EGM. In: 1st International Symposium of the International Gravity Field Service 2006. **IGFS 2006**. Istanbul, Turkey. 2006.

PAVLIS N. K.; HOLMES S. A.; KENYON S. C.; FACTOR J. K. An Earth gravitational model to degree 2,160: EGM2008. In: **General Assembly of the European Geosciences Union**, Vienna, 13–18 April 2008.

RIO, M.H.; HERNANDEZ, F. A mean dynamic topography computed over the world ocean from altimetry. **Journal of Geophysical Research**, France, v. 109, C12032, p. 19, 2004.

SANTOS JR, G. **Rede gravimétrica: novas perspectivas de ajustamento, análise de qualidade e integração de dados gravimétricos**. 172 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas), Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

SCHWARZ, K. P.; SIDERIS, M. G.; FORSBERG, R. The use of FFT techniques in physical geodesy. **Journal of Geophysical Research**, France, 1990, v. 1010, n.3, p. 485-514.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy**. 2.ed. Berlin: Gruyter, 2003.

SHANNON, C. E., Communication in the presence of noise. In: **Institute of Radio Engineers**, New York, 1949, v. 37, n.1, p. 10-21. Reprint as classic paper in: *Proc. IEEE*, v. 86, n. 2, 1998.

SIDERIS, M. G., SCHWARZ, K.P. Improvement of medium and short wavelength features of geopotential solutions by local gravity data. **Bolletino di Geodesia e Scienze Affini**, Italy, 1987, n. 3, p. 207-221.

SIDERIS, M. G. On the use of heterogeneous noisy data in spectral gravity field modeling methods. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg. V. 70, n. 8, 1996. p. 470-479.

SIDERIS, M. G. **Geoid Determination by FFT Techniques**. In: Lectures Notes of the 2° International School for the Determination and Use of the Geoid, International Geoid Service, p. 213-277, Rio de Janeiro, Brasil, 1997.

STOCK, B. **A Molodenskii – type solution of the Geodetic Boundary Value Problem using the known surface of the Earth**. Manuscripta Geodaetica, (1983). v. 8, p. 273-288.

TOCHO, C. N. **Geoide Gravimetrico para La Republica Argentina**. Universidad Nacional de La Plata. Tese ( Doctor em Geofísica). La Plata, 2006.

TOCHO, C.; GUARRACINO, L. **Lecture and Seminar Notes**. La Plata, 2010.

TORGE, W. **Gravimetry**. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1989.

TORGE, W. **Geodesy**. 3. ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001.

TSCHERNING, C.C., O.B.ANDERSEN AND P.KNUDSEN. **Improvement of gravity prediction from satellite altimetry in coastal areas using data on land**. "A volume dedicated to Milan Bursa on the occasion of his 80th birthday", Czech National Committee of Geodesy and Geophysics, Prague: P.Holota, 2009, p. 231-241.

VANIČEK, P. **Brief outline of the Molodenskij Theory**. 2.ed. University of New Brunswick, Canada, 1993.